Baumann, Rüdeger:

Analysis 1
Ein Arbeitsbuch mit Derive

Stuttgart: Klett, 1998. – 296 S.
ISBN 3-12-739512-4

Jörg Meyer, Hameln

1. Ziele des Buches

Im einseitigen Vorwort formuliert Rüdeger Baumann sein Credo:

> "Ein zeitgemäßer Mathematikunterricht ist dazu verpflichtet, (...) Schüler (...) mit Derive und den durch sie möglichen neuen Arbeitsformen vertraut zu machen. (...) Denn solchen Werkzeugen werden sie [die Schüler; J.M.] in Studium und Beruf auf Schritt und Tritt begegnen (...) Wer Mathematikunterricht im Stil der achtziger Jahre ausschließlich mit (...) Taschenrechner [gemeint ist der numerische; J.M.] (...) betreibt, nimmt seine pädagogische Verantwortung gegenüber der jungen Generation nicht wahr. Denn er enthält ihr Chancen des Lernens und der Persönlichkeitsbildung vor, er verweigert ihr den Erwerb von Fähigkeiten, derer sie in der modernen Welt dringend bedarf."

Hat Baumann hier nicht das Wesentliche aus dem Auge verloren? Im Mittelpunkt des Mathematikunterrichts steht doch immer noch die Begegnung des Schülers[1] mit der Mathematik und nicht der Computer! Nur wenn diese Begegnung sich mit Hilfe des Computers reichhaltiger vollziehen kann, ist sein Einsatz hochwillkommen. Keineswegs aber darf der Mathematikunterricht dazu mißbraucht werden, irgendwelche schillernden Ziele des Informatikunterrichts in vordergründiger Weise zu bedienen. Daß ein guter klassischer Mathematikunterricht der Jugend den Erwerb dringend notwendiger Fähigkeiten verweigert, läßt sich nur formulieren, wenn man Derive-Fähigkeiten mit mathematischen Fähigkeiten bewußt verwechseln will. Natürlich ist ein schlechter Mathematikunterricht mit Derive weniger wert als ein guter Mathematikunterricht ohne Derive.

Somit ist ein Buch über Analysis mit Derive allein daran zu messen, inwieweit die Ziele des Analysisunterrichts besser erreicht werden. Welche Vorteile kann ein Computer-Algebra-System bieten? Baumann erwähnt in seinem Vorwort implizit die folgenden:

1. Herkömmliche Aufgaben können mit Computerunterstützung gelöst werden
2. Probleme mit hohem Rechenaufwand können behandelt werden
3. Heuristisches Arbeiten wird unterstützt
4. Schüler können selbständig auf Entdeckungsreise gehen
5. Derive ermöglicht Ergebniskontrollen
6. Abstrakte Zusammenhänge lassen sich veranschaulichen
7. Schüler erfahren Möglichkeiten und Grenzen wissenstechnischer Systeme.

Ziel 1 ist sinnvoll, und zwar nicht, weil der Schüler den Umgang mit dem Gerät lernen soll, um für die "moderne Welt" (s.o.) fit zu sein, sondern weil das mathematische Denken durch Modularisierung effizienter wird, weil das Auslagern von Termumformungen den Einblick in den mathematischen Gehalt einer Argumentation zu fördern vermag. Dies ist ein Ziel des Mathematikunterrichts; informatische Nebeneffekte sind sekundär.

Der Witz von Ziel 2 liegt (neben dem zu Ziel 1 gesagten) vor allem darin, herkömmliche Aufgaben auf unterschiedliche Art lösen zu können: nicht nur symbolisch, sondern auch graphisch oder auch numerisch. Dies ist im Harvard-Curriculum als Rule of the Three[2] bekannt: "Every topic should be presented geometrically, numerically, and algebraically". Daß der klassische Analysisunterricht fast nur symbolisch orientiert war, hatte ja seinen Grund darin, daß das Herstellen von hinreichend feinen Wertetabellen und von Graphen sehr mühsam war und sich allein der analytische Zugang als relativ mühelos erwies. Der numerische und der graphische Zugang sind zwar nicht erkenntnissichernd, wohl aber verständnisfördernd. Auch die Ziele 5 und 6 gehen in diese Richtung.

Allerdings scheint Baumann dem numerischen Zugang dann doch zu mißtrauen. Auf den Seiten 140 f. optimiert er eines der üblichen Sektgläser auf numerische Weise und garniert dies mit dem Zusatz: "Später überlegen wir uns ein mathematisch anspruchsvolleres Verfahren." Dieses Mißverständnis ist weit verbreitet: Alles muß symbolisch gemacht werden, sonst ist es keine "richtige" Mathematik! Dabei hat symbolische Mathematik durchaus ihren hohen Stellenwert, indem nur sie strukturelle Einsichten ermöglicht, aber darum geht es in der Sektglasaufgabe gerade nicht. Auf der anderen Seite werden im Buch die Möglichkeiten von Derive, symbolische Untersuchungen besser handhabbar zu machen, häufig nicht genutzt. So werden auf S. 32 f. die Höhenschnittpunktsparabel und der Dreiecksschwerpunkt berechnet, allerdings nur anhand eines numerischen Beispiels. Oder: Auf S. 87 werden die Tetraederzahlen untersucht, ohne sie von Anfang an in naheliegender Weise als Summe von Dreieckszahlen zu deuten und den Rest Derive zu überlassen.

Aufgrund der Ziele 3 und 4 wird man im Buch explizite Metastrategien vermuten. Insbesondere werden in der Darstellung (die explizit für die Hand des Schülers konzipiert wurde; dazu unten mehr) Definitionen und Sätze nicht vom Himmel fallen, sondern sich aus der Untersuchung von Problemen entwickeln, kurz: die Erstbegegnung mit den Inhalten der Analysis wird genetisch-problemorientiert erfolgen und nicht innermathematisch strukturiert. Die durchgängige Reihenfolge wird sein: Erst ein Problem, zu deren Lösung dann Begriffe entwickelt und ausgebaut werden, und nicht: Erst der Begriff und dann das Problem. Leider ist die durchgängige Reihenfolge eine andere (s.u.).

Der Anspruch von Ziel 7 wird kaum eingelöst. So ein wichtiges Phänomen wie die Subtraktionskatastrophe wird in einer Übung "verbraten" (S. 72); die vorgeschlagene Verbesserung wird leider sowohl von DOS-Derive als auch von Derive for Windows 4.04 wieder rückgängig gemacht[3].

Nicht explizit aufgeführt wird die Modellierungsproblematik, obwohl sie mit Hilfe eines CAS besonders gut zu unterrichten ist[4] und obwohl die Erfahrung, daß jede Beschreibung von Welt das Verwenden oder Bilden eines Modells ist und daß komplizierte mathematische Modelle auch ziemlich schlecht sein können, eigentlich zu den klassischen Bildungswerten des Gymnasiums gehört und für das Bestehen in der "modernen Welt" mindestens so wichtig ist, wie daß man mit Hilfe von Derive die Normalparabel ableiten kann. Baumanns Anwendungsbeispiele sind nicht immer überzeugend. So wird z. B. auf S. 57 eine Waldbrand-Temperaturentwicklung durch eine kubische Polynomfunktion modelliert. Für Anwendungen dieser Art reichen Interpolationen "aus dem Bauch", und ein Funktionsterm ist fast völlig nutzlos. Es gibt auch bessere Beispiele: Ab S. 174 wird der bekannte Verkehrsfluß optimiert, was Baumann in einem fiktiven Dialog recht gut gelingt.

Ein traditionelles Ziel des bundesdeutschen Mathematikunterrichts ist es, daß Schüler lernen zu argumentieren und zu begründen. Es wird daher in Baumanns Vorwort gar nicht explizit erwähnt. Aber: Zu häufig im Buch sollen Schüler einen Sachverhalt nur an Beispielen feststellen; Ansätze oder Aufforderungen zu einer Begründung fehlen. Aus der Fülle der Beispiele: S. 60/61 (Aussagen über Polynomgrade, die durch "Experimente mit Zufallspolynomen" bestätigt werden sollen), S. 86 (explizite Darstellung der Binomialkoeffizienten), S. 179 (Quotientenregel), S. 180 (Kettenregel).

Ich hätte mir gewünscht, daß Baumann die Ziele eines Analysisunterrichts mit Derive sorgfältiger dargestellt hätte, und zwar aus folgendem Grund: Der Mathematikunterricht ist in vielen Bereichen zu einer sinnentleerten Termumformungs-Maschinerie verkommen. Der Einsatz von CAS bietet eine Chance, die verhängnisvolle Kalkülorientierung zurückzudrängen und sich auf die eigentlich angestrebten Bildungsbeiträge zu besinnen. Diese liegen selbstverständlich nicht darin, die Termumformungs-Maschinerie durch eine CAS-Bedienungs-Maschinerie zu ersetzen.

2. Zielgruppenangemessenheit

Als Zielgruppe des Buches gibt Baumann die Schüler an. Die eingestreuten Lösungen im Text widersprechen dem nicht; die ausschließliche Beschränkung auf den veralteten DOS-Dialekt von Derive macht allerdings die Hilfe des Lehrers unentbehrlich.

Manche Begriffseinführungen sind so geraten, daß ein Schüler sie erst einmal nicht versteht. So auf S. 17: Nachdem klar gemacht wurde, daß nicht jede Kurve Funktionsgraph ist, folgt der Satz: "Um diese Einschränkungen abzuschütteln, kann man Funktionen $t \to P(t)$ definieren, wobei $P(t)$ Punkte der Ebene sind." Abgesehen davon, daß damit das Problem keineswegs vollständig behoben ist (nicht jede Kurve ist mit Schulmitteln parametrisierbar): Keinerlei Erläuterung, inwiefern diese Punktfunktionen etwas mit dem Ausgangsproblem zu tun haben, auch keinerlei Rückführung auf bekannte Phänomene, sondern statt dessen eine ausgesprochen ungeschickte Parametrisierung der Lemniskate (ungeschickt, weil mit ihr die Kurve aus 4 Teilen besteht; wenn man sich an so etwas nicht stört, hätte man auch weiter mit Funktionsgraphen arbeiten können).

Mitunter muß der Schüler erst einmal ein paar Seiten weiterlesen oder andere Literatur zu Rate ziehen, bis er Arbeitsaufträge oder Aufgaben erfolgreich bearbeiten kann. Ein krasses Beispiel ist Ü9 auf S. 205. Dort soll der Schüler etwas beweisen, und dazu "den Satz von der Konstanz einer Funktion bei verschwindender Ableitung" benutzen. Es wird ihm aber nicht verraten, daß er diesen Satz erst auf S. 238 formuliert findet.

Eine recht merkwürdige Passage findet sich auf den Seiten 242–245. Dort werden auf S. 243 Wendestellen zunächst als Extremstellen der ersten Ableitung definiert (!); auf S. 244 kommen in einem fiktiven Schülerdialog dem Autor dann doch Bedenken, woraufhin er auf der nächsten Seite den lesenden Schüler in Ü5 auffordert, den Sinn bzw. Unsinn der ursprünglichen Definition zu diskutieren und ggf. eine bessere zu finden; in Aufgabe 1 soll er dann nach irgendeinem Kriterium Wendepunkte zu einer vorgelegten Funktion ermitteln. Selbstverständlich ist es sinnvoll und notwendig, daß sich Schüler an Definitionsversuchen aktiv beteiligen, aber dann muß man ihnen doch auch hinreichend viele Informationen geben, um dies überhaupt tun zu können.

Einige Arbeitsaufträge kann der Schüler ohne Lehrerhilfe gar nicht durchführen. Auf S. 18 soll er eine Zielmenge berechnen, ohne daß ihm irgendwo gesagt wird, was das sein soll. Auf derselben Seite soll er eine Derive-Funktion schreiben, die rundet, aber was unter "runden" zu verstehen sein soll (nach oben, nach unten, durch Abschneiden, zur Hälfte, ...) bleibt ihm überlassen. Manche Aufgabe wird unklar formuliert, so auf S. 19: "Durch die Aussageform "$x^2 + y^2 = 4$ mit $0 \leq x \leq 2$ und $y \geq 0$ ist eine Funktion gegeben. Um welche Funktion handelt es sich?" Es gibt ja mannigfaltige Zuordnungsmöglichkeiten. Leider hat man nicht den Eindruck, als strebe Baumann eine solche Offenheit bewußt an. Die Arbeitsaufträge sind in der Regel unnötig eng, manche Anleitungen schon völlig abgeschottet (und mitunter kontraproduktiv; so ist auf S. 28 in Ü4 die Anleitung keineswegs die beste Lösung, sondern verhindert geradezu Einsichten; gleiches gilt für Ü5 auf S. 32 und noch weitere Stellen).

Die Selbständigkeit des Schülers wird auch nicht gefördert durch kryptische Aussagen wie: "Wie wissen bereits, daß (...). Doch werden wir von diesem Wissen vorläufig keinen Gebrauch machen" (S. 209).

Positiv ist jedoch zu erwähnen, daß der Schüler im Laufe der Zeit einen "mathematischen Werkzeugkasten" aufbaut. Wie man so etwas gestaltet, wird auf S. 29 vorbildlich vorgemacht.

In bezug auf Kegelschnitte hat Baumann einen Elftklässler vor seinem Auge, der diese schon kennt (S. 163, 165, 181, 282). Auf S. 195 sollte er wissen, was ein Kettenbruch ist, und auf S. 284 muß er den Begriff der glatten Kurve kennen.

Dies alles waren mehr äußerliche Gründe, die Zweifel an der Zielgruppenangemessenheit aufkommen lassen. Credo der bundesdeutschen Mathematikdidaktik ist es, daß vor allem ein guter genetischer Aufbau dem Schüler hilft.

3. Genetischer Aufbau

Auf S. 18 lesen wir nach einer kurzen Erläuterung des Algorithmenbegriffs: "Bevor wir auf die algorithmische Funktionsbeschreibung näher eingehen, sollen die übrigen Arten der Funktionsbeschreibung genannt werden, nämlich die aufzählende und die deklarative." Dies nicht etwa als Wiederholung, sondern bei der Einführung der Begriffe! Problemkontexte und Verwendungszusammenhänge wird der willige Schüler schon irgendwann einmal erfahren, er lerne erst einmal auf Vorrat!

Dies ist leider typisch. Der fachmathematische Aufbau herrscht vor. Die Baumann-übliche Reihenfolge ist: Erst der Begriff, dann dazu ein Problem. Ein Beispiel von vielen: Auf S. 157 wird zunächst behauptet, die Normale sei ein wichtiger Begriff, und dann kommt ein Beispiel, in dem die Normale mit Mühe untergebracht wird und das deshalb recht realitätsfern geraten ist.

Typisch ist auch die Einführung des Folgenbegriffs auf S. 73: Nachdem Schüler etwas mit Folgen gespielt haben und dazu den genauen Begriff als Funktion mit den natürlichen Zahlen als Definitionsbereich keineswegs gebraucht haben, konstatiert Baumann trotzdem: "Es ist nun an der Zeit, den Folgenbegriff mathematisch exakt zu fassen."

Ungenetischer Aufbau findet sich natürlich besonders häufig im Stetigkeitskapitel. Hier muß Baumann zu Sätzen Zuflucht nehmen wie: "Dies erscheint uns als selbstverständlich; es läßt sich am einfachsten folgendermaßen begründen" (S. 126). Merkwürdigerweise traut Baumann auf S. 130 den Schülern in einer Aufgabe ein fundamentales Unstetigkeitsbeispiel zu, das nicht auf Sprungstellen zurückzuführen ist, ohne dazu im Lehrtext etwas gesagt zu haben.

Auch die Notwendigkeit eines präzisen Grenzwert-Begriffs wird nicht begründet, sondern nur festgestellt (S. 99). Sinnvollerweise wird zunächst ein anschaulicher Grenzwert-Begriff verwendet, allerdings in unübersichtlicher und auch verwirrender Weise mit dem Fixwert einer Folge vermengt; auch die Vermengung von Folgen und Reihen (S. 103) fand ich nicht überzeugend. Die dann folgende Exaktifizierung wird inhaltlich nicht vorbereitet, sondern nur mit dem kessen Spruch "Die Zeit ist nunmehr reif für eine mathematisch präzise Fassung" (S. 105) versehen. Daß die übliche Epsilon-Definition nun die Essenz einfangen soll, muß der Schüler glauben.

Ausgesprochen hübsch ist dann allerdings die Idee (S. 108), die Quantoren in einem Konvergenz-Dialog auf zwei Personen zu verteilen. Auf S. 110 wird angekündigt, Grenzwertregeln anzugeben und beweisen zu wollen, was allerdings nirgendwo geschieht.

Es gibt nun durchaus Ansätze, den Schülern vorab Sinn und Bedeutung ihres Tuns nahezubringen. So schreibt Baumann auf S. 23 über lineare Funktionen: "Sie haben für die Differentialrechnung insofern große Bedeutung, als man versucht, beliebige gegebene Funktionsgraphen – in der Umgebung eines Punktes – durch Geraden anzunähern." Die Aussage kann dem Schüler zunächst als völlig sinnlos erscheinen, da ja Derive mit seinen ungeheuren Rechenkapazitäten jede Näherung überflüssig zu machen scheint. Auf S. 56 oben erfährt er dann, daß "komplizierte" Funktionen durch ganzrationale angenähert werden. Leider wird der Sinn der Näherungen auch bei weiterer Lektüre nicht aufgehellt. Manche Näherungen erscheinen sogar als sinnwidrig, so z.B., wenn auf S. 163 die Ellipse, deren leichte Konstruierbarkeit vorher explizit erwähnt wird, durch Kreisbögen angenähert werden soll, und zwar ausgerechnet so, "daß der Unterschied mathematisch nicht erkennbar sei" (S. 164).

Manche globalen Aussagen Baumanns muten erstaunlich oberflächlich und naiv an. Ein Beispiel findet sich auf S. 267: "Auf die Frage, warum ein bestimmter Vorgang so und nicht anders abläuft, lassen sich zwei – auf den ersten Blick grundverschiedene – Antworten geben. Zum einen kann man versuchen, den Vorgang *kausal* zu erklären, also seine *Ursachen* zu ermitteln. Zum anderen kann man ihn *final* erklären wollen, d.h. unterstellen, daß mit ihm ein bestimmter *Zweck* erreicht werden soll. Eine Antwort der ersten Art wird in der Regel auf dem Gebiet der Naturwissenschaft erwartet, während Antworten der zweiten Art uns vom Verstehen menschlichen Handelns her vertraut sind. Denn das Handeln einer Person ist dann verstanden, wenn in Erfahrung gebracht wurde, welchen Handlungszweck besagte Person anstrebt" (Hervorhebungen vom Autor). In dieser Passage ist fast jedes Wort falsch (was Baumann wissen wird), und ich kann weder Grund noch Ziel ausmachen, warum so etwas in einem Schulbuch stehen muß.

Auch manche allgemeinen Aussagen, die enger auf mathematische Sachverhalte zielen, vermitteln ein falsches Bild. So findet sich auf S. 271: "In vielen Anwendungsfällen soll eine Funktion gefunden werden, die bestimmte vorgegebene Eigenschaften besitzt. Im *einfachsten* Fall wünscht man, daß der Graph der gesuchten Funktion durch gegebene Punkte geht. Eine etwas *anspruchsvollere Aufgabe* besteht darin, daß Bedingungen an das

Änderungsverhalten bzw. an die Form des Graphen gestellt wird" (Hervorhebungen von mir, J. M.). Auch hier gilt: Daß der "einfachste Fall" keineswegs trivial ist und daß die "anspruchsvollere Aufgabe" mathematisch oft besser in den Griff zu bekommen ist, wird Baumann wissen. Warum vermittelt er dann Schülern einen schiefen Eindruck von der Sachlage?

Mitunter versucht der Autor Einführungen in Probleme zu geben, die man fast handlungsorientiert nennen könnte. So wird der Schüler bei Ausgleichsgeraden und Annäherungsfunktionen regelmäßig aufgefordert, die "Güte" der Anpassung zu "beurteilen". Und zwar nicht, indem er mehrere Anpassungen vergleichen kann, sondern regelmäßig anhand eines einzigen Beispiels (S. 35, 36, 94, 271). "Ja", wird der brave Schüler sagen, "die Anpassung ist gut". Und er lernt einige Zeilen später: Eine Ausgleichsgerade ist eine Gerade, die "sich den Punkten möglichst gut 'anpaßt' " (S. 35), aber das entscheidende Wort "gut" wird dann doch nicht näher erörtert. Statt dessen wird "anpaßt" in Gänsefüßchen gepackt, aber auch nicht weiter problematisiert.

Auch Erläuterungen zu Derive gelingen nicht genetisch. So wird auf S. 17 f. das Problem angesprochen, daß Derive den "Wert von f an der Stelle a" "leider nur mit Hilfe eines Tricks" berechnen könne. Es wird dem Schüler überhaupt nicht klar, an welcher Stelle und warum Manage Substitute versagt. Der Trick selber, nämlich wert$(f, a) := \lim(f, x, a)$, wird nicht erläutert, und das Wort Limes kommt erst viel weiter hinten vor.

4. Positives

Das Verständnis des Schülers kann gefördert werden, wenn er aufgefordert wird, das Ergebnis seiner Berechnungen zu interpretieren (Beispiel: S. 69 oben; Ü4 auf S. 117 und auch anderswo). Manche Transferübungen sind recht sinnvoll geraten (etwa Ü16 auf S. 95 oder Ü4 auf S. 121). Positiv ist zu sehen, daß manche Strukturaussagen in die Übungen verlagert wurden (z.B. Aufgabe 7 auf S. 98).

Nicht in jedem Schulbuch findet man den schönen und erhellenden Zusammenhang zwischen dem euklidischen Algorithmus und der Berechnung von Quadratwurzeln (S. 70). Auch die Wurzelermittlung über eine Fixpunktberechnung (Aufgabe 4 auf S. 111) dürfte zum Verständnis beitragen. Auf S. 119 findet sich eine erhellende Einkleidung der harmonischen Reihe (die allerdings nicht von Baumann[5] stammt).

Der Tatsache, daß Schüler in der Analysis mitunter logische Probleme haben, versucht Baumann dadurch zu begegnen, indem er in Aufgaben Schüler Logikfehler suchen läßt (z. B. S. 150, 179).

In einem Schulbuch für die Klasse 11 ist es üblich, Stoff früherer Klassen zu wiederholen. Dies tut Baumann wenig schematisch, sondern anhand typischer Anwendungen (Beispiel S. 217 Weber-Fechnersches Gesetz oder S. 220 die C-14-Methode). Auf S. 227 wird untersucht, warum der Turmbau zu Babel scheitern mußte.

Sehr positiv ist zu erwähnen, daß eine vorgängige Kurvendiskussion ohne Differentialrechnung (S. 39–41) durchgeführt wird. Auch stehen nicht die Ableitungsregeln im Vordergrund, sondern Verwendungen der Ableitung.

5. Ableitung

Der Ableitungsbegriff wird in mehreren parallelen Anläufen erreicht, und zwar vornehmlich über das Tangentenproblem und über Optimierungsfragen. Mir hätte es besser gefallen, wenn Querverbindungen zwischen den verschiedenen Anläufen noch viel klarer dargestellt worden wären.

Nun ist die Tangentenbestimmung bei ganz-rationalen Funktionen kein Problem, zu dem man Analysis benötigen würde; mit Argumenten über mehrfache Schnittstellen kommt man prinzipiell immer ans Ziel. Insbesondere bei der Parabel ist das noch sehr übersichtlich. Ich weiß nicht, ob sich Baumann hier Gedanken gemacht hat; die Methode der Vielfachheiten wird jedenfalls nirgendwo erwähnt.

Das begriffliche Problem, die gesuchte Tangente als Grenzfigur von Sekanten aufzufassen, wird hübsch in einer Dialogszene thematisiert. Recht unvermittelt schließt sich die Idee der linearen Approximation an und verwendet auf S. 139 ohne Not den in der Standard-Analysis nicht definierbaren Begriff der infiniten Vergrößerung: Etwas mehr Vorbild sollte ein Schulbuch in bezug auf konsistenten Begriffsaufbau und Fachsprache schon haben, zumal "infinit" ja kein Begriff der Alltagssprache ist.

Ein neuer Anlauf über Extremstellenbestimmung erwähnt zunächst die Fermatsche Beobachtung, daß sich die Funktionswerte in der Nähe einer solchen Stelle kaum ändern. Dies wird dann aber doch nicht weiter verfolgt, sondern gleich auf den Begriff des Differenzenquotienten abgehoben. Auch die sehr anschauliche Eigenschaft, daß $f(x+h) - f(x)$ für kleine nichtverschwindende h durchgängig positiv oder durchgängig negativ sein muß, findet bei Baumann[6] keinen Platz.

Ausgesprochen positiv finde ich, daß die folgenden Übungsaufgaben (S. 160 f.) die Geometrie der quadratischen und kubischen Parabel zum Inhalt haben, daß man also als Schüler einen weiteren wesentlichen Verwendungshorizont von Tangenten kennenlernt. Auch die folgende geometrische Interpretation der 2. Ableitung anhand eines Wachstumsbeispiels (S. 162) kann sehr zum Verständnis beitragen.

Prinzipiell ist es sinnvoll, frühzeitig die Umkehrung des Differenzierens mit in den Blick zu nehmen, wie es Baumann auf den Seiten 165 ff. versucht. Dort gibt es die "bedeutende zeitgenössische Erfindung" (S. 167), den Integraphen, der allerdings genauso wenig beschrieben wird wie die "Lächler-Methode" eine Seite später. Aber vielleicht soll das auch ein interner Witz der Klett-Autoren sein.

6. Neue Inhalte

Das Buch enthält zu einigen Inhalten neue Sichtweisen und Ergänzungen. Dem Informatiker liegen natürlich Funktionsberechnungen am Herzen. So wird die Methode der Reduktion und der Approximation an der Sinusfunktion (S. 191) eingeführt; sie besteht darin, das Argument mit Hilfe der Halbwinkelformeln so lange zu verkleinern, bis im Ursprung eine lineare Approximation sinnvoll ist, und dann anschließend das Argument wieder zu vergrößern. Man bekommt so eine von der Taylor-Entwicklung verschiedene Approximation, deren Konvergenz allerdings nicht untersucht wird. Dies alles wird auch für die e-Funktion gemacht (S. 209) und ebenfalls für ln (S. 218 f.).

Manche anderen Inhalte sind leider nur angerissen worden, etwa Polarkoordinaten (S. 205 ff.) oder Elastizität (S. 228 f.).

Nach dem Standardverfahren der Optimierung (das sehr schnell und sehr zielstrebig und sehr begriffslastig entwickelt wird) kommen auch alternative Optimierungsstrategien (Mittelungleichung; S. 259 ff.) zum Zuge (das Dualitätsprinzip auf S. 260 wird jedoch kaum verwendet).

7. Fazit

Viele ärgerliche Passagen, manche ungeschickten Einführungen habe ich gar nicht erwähnt, auch nicht die (wenigen) Druckfehler; eine Rezension soll ja keine Korrekturvorlage für den Autor sein. Trotz mancher positiven Elemente halte ich eine gründliche Überarbeitung für dringend geboten.

8. Anmerkungen

[1] Dies Wort verwende ich nicht geschlechtsspezifisch.

[2] Vgl. etwa Hughes-Hallett, D. et al.: Calculus. New York: Wiley, 1994

[3] Näheres auf S. 20 f. in Koepf, W.: Derive für den Mathematikunterricht. Braunschweig: Vieweg, 1996

[4] Siehe etwa Henn, H.-W.: Realitätsnaher Mathematikunterricht mit Derive. Bonn: Dümmler, 1997

[5] Das Original findet sich auf S. 274 f. in Graham, R.; Knuth, D.; Patashnik, O.: Concrete Mathematics. Reading: Addison-Wesley, 1994[2]

[6] Im Gegensatz etwa zu Kayser, H.-J.: Analysis mit Derive. Bonn: Dümmler, 1996

Autor
Meyer, Jörg, Schäfertrift 16, D-31789 Hameln.
E-mail: J.M.MEYER@t-online.de