

Stein, Martin:

## Einführung in die Mathematik II – Geometrie

Heidelberg: Spektrum Akademischer Verl., 1997. – 224 S.  
(Mathematik Primarstufe)  
ISBN 3-8274-0196-8

Anna Maria Fraedrich, Weingarten

### 1. Eine Vorbemerkung

Im Unterschied zu den oft rein fachwissenschaftlich orientierten Lehrbüchern für Studierende eines Diplomstudiengangs in Mathematik bemüht man sich bei entsprechenden, für die Lehrerausbildung konzipierten Lehrgängen schon seit langem um eine bessere "Lesbarkeit" und um ein größeres Angebot an Anteilen zum Selbststudium und zur Selbstkontrolle (vgl. u.a. die Geometriebücher von Jeger, Mitschka/Strehl, Scheid/Powarzynski, Scheid oder Schupp). Im Hinblick auf die in der Regel geringen Kenntnisse und Fähigkeiten, welche Studierende für das Lehramt an Grund- und Hauptschulen im Fach Mathematik mitbringen, ist ein solches Konzept besonders wichtig und unbedingt notwendig, will man mit den geringen Stundenzahlen, die man für ein Mathematikstudium in diesen Studiengängen zur Verfügung hat, überhaupt noch – wenigstens exemplarisch – Einsicht in mathematische Denk- und Arbeitsweisen vermitteln.

Und für diese Zielgruppe ein Lehrbuch zu schreiben, ist ein sehr schwieriges Unterfangen, noch dazu im Bereich der Elementargeometrie, die am Gymnasium wegen ihrer scheinbaren Irrelevanz für das Abitur vielfach sträflich vernachlässigt bzw. nur mehr rein rechnerisch mit Hilfe der Analytischen Geometrie betrieben wird. Andererseits gibt Scheid in seinem Vorwort zu bedenken, daß eine zu enge Anbindung der fachwissenschaftlichen Ausbildung an die aktuellen Unterrichtsinhalte kaum ein adäquates Bild des betreffenden Faches entstehen läßt und überdies den späteren Anforderungen an die fachliche Kompetenz der LehrerInnen nicht genügt.

Schließlich muß man sich bei der Konzeption eines solchen, für künftige PrimarstufenlehrerInnen gedachten Lehrbuches überlegen, ob man im Fall eines eher *fachsystematisch orientierten Lehrgangs* analysierend-zergliedernd oder synthetisierend-aufbauend vorgehen will (vgl. hierzu Becker, S. 123 f.). Wenn man sich dagegen für einen mehr *am Lernenden orientierten Lehrgang* entschließt, ist die Aufgabe noch wesentlich komplexer. Wegen der hierbei fehlenden "Standards" ist denn auch eine "gerechte" Bewertung eines solchen Lehrgangs kaum zu leisten, zumal in diesem Fall die persönlichen Einstellungen und Schwerpunktsetzungen bei der Auswahl der Themen und bei der Art ihrer Bearbeitung eine nicht zu unterschätzende Rolle spielen.

### 2. Zu den Zielen des vorliegenden Buches

Wie es im *Vorwort* heißt, wendet sich das Buch an Studierende im *Grundstudium des Faches Mathematik für das Lehramt Primarstufe*. Wegen der für den Bereich der Geometrie an den einzelnen Hochschulen recht unterschiedlichen Zeitvorgaben – in NRW sind es für das Grundstudium etwa 4–6 Semesterwochenstunden – verweist der Autor im *Vorwort* auf die Möglichkeit, in einer solchen Veranstaltung nur einzelne der von ihm diskutierten Schwerpunktthemen zu behandeln und macht bereits Vorschläge für derartige individuelle Schwerpunktsetzungen.

Da der Autor Mathematik nicht als "fertiges Gebäude" (S. 1) ansieht, verfolgt er – und dies wird im *Vorwort* hervorgehoben – in seinem Buch "neben der Vermittlung der Inhalte die Einführung in Möglichkeiten und Methoden des Problemlösens" (S. 2), was er einerseits durch behutsame Beweisführungen unter Einbeziehung von vielen Beispielen, Veranschaulichungen und naheliegenden "Irrwegen" realisieren will, andererseits durch "Einbeziehung des Lesers/der Leserin in den Arbeitsprozeß und die Ermutigung zum selbständigen mathematischen Arbeiten" (S. 2), wofür insbesondere auch die in den Text eingebundenen *Aufgaben* dienen sollen. Es soll hier also nicht – wie sonst häufig (vgl. u.a. die o.a. Geometrie-Lehrbücher) – eine *fachsystematische Hintergrundtheorie* (vgl. Becker, S. 123 ff.) vermittelt werden, sondern es geht eher um ausgewählte Beispiele, an welchen exemplarisch die Entwicklung mathematischer Begriffe bzw. das Entstehen mathematischer Theorien beleuchtet und erfahren werden soll, so daß man in der Beckerschen Terminologie von einem "problemorientierten Lehrgang" (vgl. Becker, S. 129 ff.) sprechen kann.

### 3. Überblick über die Inhalte des Buches

Die wesentlichen geometrischen Inhalte, um die es dem Autor geht und mit denen er die eben genannten Ziele zu realisieren sucht, sind in den (unabhängig voneinander bearbeitbaren) Kapiteln I bis IV zu finden:

- I. Die Wirklichkeit geometrisieren: Graphentheorie
- II. Die Welt ausmessen
- III. Den Raum erkunden
- IV. Die Geometrie strukturieren: Deckabbildungen und Symmetrien.

Das *V. Kapitel* (S. 181–183) enthält einen kurzen Ausblick auf jene Themen, welche als "Vertiefung, Ergänzung und Systematisierung" (S. 181) für einen im *Hauptstudium* verwendbaren *Fortsetzungsband* vorgesehen sind.

Im *Anhang* (S. 185 ff.) sind zum einen *Lösungshinweise* aufgenommen zu einer Reihe der in den Text eingestreuten *Aufgaben* (teilweise leider keine Endresultate, wie etwa bei Berechnungsaufgaben vom Typ der Nr. 20 in Kapitel III, S. 133), zum anderen zwei *Klausurvorschläge* (S. 209 ff.). Das sich anschließende *Literaturverzeichnis* (S. 219 f.) enthält siebzehn, großenteils mehr didaktisch orientierte Beiträge zur Geometrie bzw. zum Geometrieunterricht. Ganz am Ende (S. 221 f.) finden sich noch ein *Sachregister* (S. 221 f.) und eine *Liste mit den verwendeten Symbolen* (S. 223 f.) – beides gleichermaßen hilfreich für den Leser.

#### 4. Detaillierte Anmerkungen und Kritikpunkte zu den einzelnen Kapiteln

##### Kapitel I

Im I. Kapitel (S. 3–65) will der Autor exemplarisch zeigen, wie man *Bereiche der Umwelt mit Hilfe geometrischer Methoden mathematisieren* kann. Und so wird in Abschnitt 2 die Zweckmäßigkeit der ersten graphentheoretischen Definitionen (u.a. Graph mit Knoten und Bögen, planarer Graph, Bogenfolge, ...) auch durch ausführliche Darlegung einiger Einkleidungen zu "Euler-Graphen" überzeugend demonstriert. Vielleicht hätte man hier – wenigstens in einer Fußnote – auf die vielfältigen, in der Literatur ebenfalls gebräuchlichen Bezeichnungen wie "Ecke", "Kante", "Weg", ... hinweisen können, um Anfänger nicht zu verwirren, wenn sie sich noch an anderer Stelle (etwa bei Müller / Wölpert) kundig machen wollen.

Der folgende Abschnitt (S. 11 ff.) ist der *Durchlaufbarkeit von Graphen* gewidmet, wobei der Beweis des betreffenden Eulerschen Satzes einen ersten Schwerpunkt bildet. Im weiteren Verlauf wird zunächst die Frage untersucht, unter welcher Bedingung alle Bogenkreise eines planaren, zusammenhängenden Graphen eine gerade Anzahl von Bögen enthalten. Mit dem Ergebnis läßt sich dann ein einfaches Problem zur Knotenfärbung bewältigen.

Im 4. Abschnitt (S. 31 ff.) werden bei planaren Graphen zusätzlich zu den Knoten und Bögen noch die Gebiete in die Betrachtung mit einbezogen, womit man dann zur *Eulerschen Formel* für die Anzahlen dieser Bestandteile und zu deren Beweis gelangt.

Im 5. Abschnitt (S. 37 ff.) geht es um die *Plättbarkeit bzw. Nicht-Plättbarkeit von Graphen* und die einschlägigen Kriterien hierfür, wobei die Nicht-Plättbarkeit des vollständigen Fünfecks und des Versorgungsgraphen mit Hilfe des Satzes von Euler bewiesen wird.

Mit einigen *ausgewählten Problemen* – Berechnung der Bogenzahl in einem vollständigen Graphen, Anzahl der Knoten mit ungerader Ordnung, Königsberger Brückenproblem – und einigen *Flächenfärbungsproblemen* wird Kapitel I zu Ende geführt.

Wenn ich mir auch im klaren bin, daß ein solch kurzer Ausflug in die Graphentheorie manches nur anreißen kann und vieles außer Acht lassen muß, so hätte ich mir doch noch einen weiteren Abschnitt zum Thema *Bäume und Gerüste* gewünscht, zumal Bäume im Schulunterricht (u.a. als Ordnungsschemata, zur Protokollierung von Lösungswegen im Sachrechnen oder zur Veranschaulichung kombinatorischer Berechnungsverfahren) eine Rolle spielen und der Nachweis von Baumeigenschaften ein geeignetes Feld für erste Beweisübungen sein könnte, die u. U. leichter von Studierenden zu durchschauen sind als die auf S. 19 ff. detailliert dargestellten Ausführungen zu den Bogenkreisen eines Graphen. Vermutlich war es jedoch gerade ein Anliegen des Autors, dem Leser bei Vorliegen einer glaubhaften Vermutung – hier: Wenn sämtliche Gebiete eines zusammenhängenden, planaren Graphen von einer geraden Anzahl von Bögen begrenzt werden, dann enthält jeder Bogenkreis eine gerade Anzahl von Bögen – einige heuristische Techniken zur Beweisfindung zu demonstrieren.

Dabei ist kritisch anzumerken, daß die Voraussetzung der Planarität bei der Formulierung des Satzes auf S. 20 weggelassen wird, obwohl die den Beweis begleitenden Veranschaulichungen sich notgedrungen auf planare Graphen beschränken, zumal sonst ja auch nicht vom *Inneren des Bogenkreises* gesprochen werden könnte; und da die Gebiete im Inneren des betrachteten Bogenkreises beim Beweis eine wesentliche Rolle spielen, hätte zumindest in einer Fußnote das Stichwort *Jordanscher Kurvensatz* erwähnt werden müssen, um die Studierenden für das *Spannungsverhältnis zwischen Anschauung und Denken* zu sensibilisieren (vgl. Becker, S. 14).

Auch zu den Ausführungen zur Euler-Formel sind einige kritische Anmerkungen angebracht: Zunächst sollte man auf S. 32 den vor Satz 5 eingefügten Satz "Euler hat herausgefunden, daß dies ... für alle planaren Eulerschen Graphen gilt" abändern, damit Anfänger nicht meinen, die Euler-Formel sei nur für Eulersche Graphen (das sind zusammenhängende Graphen, welche Bogenzüge zum Durchlaufen aller Bögen des Graphen gestatten) zutreffend, was ja nicht der Fall ist. Der zweite Kritikpunkt betrifft die nicht ganz sorgfältige Beweisführung auf S. 32–35: Wenn man schon die Reduktion eines Graphen an einem Beispiel erläutert, dann darf man nicht zunächst nur von der "Entfernung eines Bogens" sprechen, ohne zu präzisieren, ob damit gleichzeitig auch eine Ecke verschwinden muß, wie dies bei der Entfernung von "Endbögen" in der angegebenen Bildfolge stillschweigend geschieht und wie dies auch zu fordern ist, um den Zusammenhang des Restgraphen zu gewährleisten; und eine Formulierung wie "Die Gültigkeit der Gleichung überträgt sich vom Graphen auf den jeweils folgenden Graphen, auch wenn anstelle eines Bogens ein Knoten entfernt wird" (S. 33) muß einen Anfänger erst recht verwirren, da Knoten ohne Bögen während des Verfahrens nicht existieren und Knoten im Laufe der Reduktion nicht entfernt werden können, will man nicht gleichzeitig einen Bogen löschen. Ähnliche Ungereimtheiten finden sich auch beim allgemeinen Beweis auf S. 34.

##### Kapitel II

Das II. Kapitel (S. 67–106) ist der *Längen-, Flächen- und Volumenmessung* gewidmet. Nach einer Skizzierung der heute vielfach gebräuchlichen didaktischen Stufenfolge zur Einführung in einen neuen Größenbereich werden zunächst jeweils für die Längen- und die Flächenmessung die wesentlichen Grundannahmen (Axiome) aufgelistet, nicht ohne vorher die meist unbewußte Verwendung solcher Festlegungen anhand von einfachen Beispielen demonstriert zu haben.

In den folgenden Abschnitten zur Flächenmessung (S. 75 ff.) werden sodann die üblichen Formeln für Parallelogramme und Dreiecke hergeleitet, um sich dann – ausgehend vom Flächeninhalt des Einheitskreises und unter Anwendung der Abbildungseigenschaften von zentrischen Streckungen – dem Problem der Kreismessung (S. 93 ff.) zuzuwenden: Die hierbei erforderlichen Grenzübergänge werden in aller Ausführlichkeit und mit großer Sorgfalt dargestellt, so daß sie auch für Anfänger einsehbar und nachvollziehbar sein dürften.

Im Hinblick auf den Adressatenkreis, nämlich Studie-

rende für das Lehramt an Grundschulen, ist es bedauerlich, daß in diesem Abschnitt zur Flächenmessung auf eine ausdrückliche Formulierung des *Prinzips der Zerlegungsgleichheit* ebenso verzichtet wird wie auf eine Erwähnung des *Prinzips der Ergänzungsgleichheit*: Erfolgt der Flächeninhaltsvergleich in der Primarstufe doch zunächst *rein qualitativ* auf der Grundlage dieser Prinzipien – lange bevor Flächeninhalte auch *quantitativ aufgrund von Flächenmessungen* durch Auslegen der zu untersuchenden Figuren mit kongruenten Plättchen verglichen werden.

Anhand eines Beispiels für eine Figur mit unendlichem Umfang, aber endlichem Flächeninhalt (S.98f.) wird demonstriert, daß man sich beim Umgang mit den Begriffen Umfang und Flächeninhalt nicht immer auf die visuelle Wahrnehmung und den sog. gesunden Menschenverstand verlassen kann – eine Tatsache, die man m. E. angehenden MathematiklehrerInnen immer mal wieder vor Augen führen sollte.

Analog zur Flächenmessung wird im 5. Abschnitt (S.100 ff.) die Volumenbestimmung abgehandelt, wobei im Fall der dreiseitigen Pyramide der Grenzübergang vom “Treppenkörper” zur Pyramide wieder erfreulich anschaulich und behutsam durchgeführt wird. Vielleicht hätte man aber auch hier zumindest das bei den Beweisen verwendete *Prinzip der Zerlegungsgleichheit* erwähnen können, insbesondere weil ja volumengleiche Körper nicht notwendig auch zerlegungsgleich sein müssen; ebenso vermißt der “Insider” einen Hinweis auf das *Prinzip von Cavalieri* und seine Anwendung, die freilich im Geometrieunterricht der Primarstufe kaum eine Rolle spielt.

### **Kapitel III**

Im III. Kapitel (S.107–133) geht es in erster Linie um “solche Aktivitäten, die mit dem didaktisch-psychologischen Aspekt der Raumvorstellung verbunden sind” (S.107).

In aller Breite wird zunächst das Problem behandelt, alle möglichen *Netze eines Würfels* zu bestimmen, wobei es dem Verfasser vor allem darauf ankommt, dem Leser eine Möglichkeit des Problemlösens vor Augen zu führen: Hiernach ist nämlich ein Problem eher zu bewältigen, wenn man sich aufgrund gewisser Vorüberlegungen zu Beginn der Arbeit eine bestimmte Systematik zurechtgelegt hat, aufgrund derer das Ausgangsproblem in eine Reihe von einfacheren bzw. überschaubareren Teilproblemen zerlegt werden kann, die sich nun nacheinander schrittweise erledigen lassen.

Ein weiterer Abschnitt (S.118 ff.) ist *Faltmodellen von Pyramiden, Kegeln und verschiedenen Dachformen* gewidmet, wobei vorwiegend Schulkenntnisse (u.a. der Satz des Pythagoras) herangezogen werden, um die für die erforderlichen Netze notwendigen Streckenlängen zu berechnen. Schade, daß hier nicht ein einziges Mal auf die Möglichkeit hingewiesen wird, die fraglichen Netze auch rein konstruktiv, d.h. durch Konstruktion mit Zirkel und Lineal, zu ermitteln. Ein weiterer Kritikpunkt betrifft die nicht konsequente Verwendung der Variablen bei den genannten Berechnungen: Bedeuten sie das eine Mal die Längen der zur Rechnung herangezogenen Strecken oder gar nur die Strecken selbst (z.B. wird auf S.120 von der

“Strecke  $x$ ” gesprochen und gleich darauf davon, daß die Diagonale die “Länge  $2x$ ” besitzt), hat man sie an anderer Stelle als bloße Maßzahlen von Längen anzusehen (z.B. auf S.120, wenn die betreffende Rechnung auf  $x = \sqrt{32}$  hinausläuft). Wenn man diese Ungenauigkeiten auch als einen Versuch verstehen kann, möglichst wenig zu formalisieren, so sollten solche Inkonsistenzen im Hinblick auf eine saubere begriffliche Klärung im späteren Geometrieunterricht in einem Buch für die Ausbildung von MathematiklehrerInnen dennoch nicht vorkommen oder – um der Vereinfachung der sprachlichen Darstellung willen – zumindest bewußt als solche benannt werden.

Im letzten Abschnitt dieses Kapitels (S.129 ff.) finden sich einige Vorschläge zur *Schulung der Raumvorstellung*, u.a. anhand von Würfelnetzen, Würfelkippungen und Schrägbildern zu Konfigurationen aus Würfeln. So schön und wichtig die genannten Aufgabenstellungen sind – die entsprechenden Ausführungen lassen noch manchen Wunsch offen: So muß bei den auf S.130 betrachteten Kippbewegungen erwähnt werden, daß die Kipprichtung jeweils relativ zur kippenden Person zu denken ist und daß insbesondere verdeutlicht werden muß, was hier *nach vorne kippen* bedeutet (entweder von der kippenden Person weg oder zu ihr hin); man bedenke, daß im Klassenzimmer die Begriffe *vorne* und *hinten* eine ganz bestimmte Bedeutung haben, so daß für den Schüler u.U. *nach vorne kippen* bedeutet, den Würfel in Richtung auf die Tafel zu kippen.

Weiterhin lassen die Schrägbilder Nr.2 und Nr.4 auf S.131 im Gegensatz zu den Ausführungen im Text keine eindeutige Aussage über die Anzahl der verwendeten Würfel zu, da jeweils ein Würfel noch verdeckt sein könnte. Außerdem fehlt bei den auf dieser Seite unten angegebenen “Bauplänen” der Hinweis, daß solche Baupläne nur für Würfelkonfigurationen ohne “freischwebende Würfeltürme” möglich sind.

Schließlich ist noch auf einen kleinen Fehler auf S.133 zu verweisen: Die erste Figur enthält ein Quadrat zuviel.

### **Kapitel IV**

Im IV. Kapitel (S.135–179) wird der *algebraische Aspekt geometrischer Abbildungen am Beispiel von Deckabbildungen* ausführlich behandelt.

Ausgehend von den *Deckdrehungen beim gleichseitigen Dreieck und beim Quadrat* werden zunächst die betreffenden Verknüpfungstafeln mit denen der Restklassen-Addition modulo 3 bzw. modulo 4 verglichen. Nach der Untersuchung der Deckabbildungen vom gleichseitigen Dreieck und vom regulären Sechseck ist es nun auch für den Anfänger gut nachvollziehbar, aus den betrachteten Verknüpfungsgebilden die ihnen gemeinsame Struktur herauszuschälen und auf diese Weise zum *Gruppenbegriff* zu gelangen. Aus den Gruppen-Axiomen werden sodann gleich einige einfache Folgerungen in aller Ausführlichkeit hergeleitet, um anschließend zu beweisen, daß die Deckabbildungen des gleichseitigen Dreiecks mit der Hintereinanderschaltung als Verknüpfung eine Gruppe bilden.

Im nächsten Abschnitt (S.156 ff.) wird zunächst auf die das *Haus der Vierecke* kennzeichnenden Symmetrien hingewiesen, ohne jedoch den Begriff der Sym-

metrie einer ebenen Figur genau zu erklären. Sodann wird der Zusammenhang der verschiedenen Typen symmetrischer Vierecke mit den Untergruppen der Deckabbildungsgruppe des Quadrats erläutert, wodurch erneut die Verzahnung zwischen der formal gruppentheoretischen Betrachtung und geometrischen Aspekten demonstriert wird.

Nachdem bisher die geometrischen Abbildungen nur als Deckabbildungen einzelner Figuren in Erscheinung traten, werden nun die verschiedenen *Kongruenzabbildungen der Ebene* allgemein durch die jeweilige Konstruktionsvorschrift definiert, um dann zunächst die Ersetzbarkeit von Zweifachspiegelungen durch Drehungen bzw. Parallelverschiebungen zu beweisen. Hierbei stellt sich die Frage, warum im Anschluß an die Beweise zu diesen Tatsachen nicht wenigstens explizit auf die Darstellbarkeit einer beliebigen Drehung bzw. Parallelverschiebung als Verkettung zweier geeignet gewählter Geradenspiegelungen hingewiesen wird, zumal diese Tatsache an anderer Stelle in einem Spezialfall verwendet wird.

Den Abschluß des IV. Kapitels bilden Überlegungen zur Erzeugung von Bandornamenten mit Hilfe von Kongruenzabbildungen und die Vorstellung der Deckabbildungen zu einigen Typen von *Bandornamenten*. Schade, daß nicht zu jedem der sieben Typen von Bandornamenten ein Beispiel gezeigt und dazu aufgefordert wird, im häuslichen Umfeld nach derartigen Mustern zu fahnden!

Insgesamt erscheint mir dieser Teil des letzten Kapitels nicht mit der erforderlichen Gründlichkeit bedacht worden zu sein: Da werden etwa die Konstruktionsvorschriften für die verschiedenen Kongruenzabbildungen angegeben, aber die für die Anwendungen wichtigen *Abbildungseigenschaften* der so definierten Abbildungen, welche auch erst den Namen *Deckabbildungen der Ebene* rechtfertigen würden und welche zum Teil bei den vorher genannten Beweisen stillschweigend herangezogen werden, sind weder bei der Geradenspiegelung noch bei der Drehung (mit der Punktspiegelung als Spezialfall) und erst recht nicht bei der Schubspiegelung aufgeführt; nur für die Parallelverschiebung werden auf S. 166 einige Eigenschaften (nämlich: Paralleltreue, Strecken- und Winkeltreue, Längen- und Winkelmaßtreue) formuliert, wobei jedoch die sich anschließende Aussage "Die Parallelverschiebung ist also eine Deckabbildung, da zwei deckungsgleiche Figuren entstehen" für mich und wohl auch für manchen Leser unverständlich bleibt. Bei der Schubspiegelung hätte zumindest auch die Tatsache erwähnt werden müssen, daß es in diesem Fall gleichgültig ist, in welcher Reihenfolge die Verkettung von Geradenspiegelung und Parallelverschiebung erfolgt: Da auf S. 167 f. ohne Hinweis auf diese Besonderheit von beiden Möglichkeiten Gebrauch gemacht wird, könnte ein Anfänger zu der Überzeugung kommen, daß dies bei Abbildungen immer so sei ...

Man möge mich recht verstehen: Ich verlange hier keinen axiomatischen abbildungsgeometrischen Aufbau der Geometrie. Ein Vorgehen wie etwa bei Jeger hätte mir genügt, wo es auf S. 12 ausdrücklich heißt: "Die Geradenspiegelung besitzt die folgenden evidenten Eigenschaften, auf denen die weiteren Untersuchungen aufbauen werden." Ich denke, daß es für das Beweisverständnis und

die Förderung der Beweisfähigkeit künftiger MathematiklehrerInnen besser ist, auf eine solche Unterscheidung von anschaulich Gegebenem und daraus ableitbaren geometrischen Sachverhalten klar und deutlich aufmerksam gemacht zu werden.

## 5. Abschließende Bemerkungen

Wie ich bereits zu Beginn meiner Ausführungen angemerkt habe, stellt die Konzeption eines nicht rein fachsystematisch angelegten Lehrbuchs und erst recht die Realisierung dieser Konzeption eine fast unlösbare Aufgabe dar, und es ist dem Autor hoch anzurechnen, daß er diese Aufgabe in Angriff genommen und seine Vorstellungen von einem Geometrielehrgang für künftige PrimarstufenlehrerInnen zu Papier gebracht hat. Der Verfasser hat sich m.E. den von ihm angestrebten Zielen so weit genähert, wie dies bei der Schwierigkeit eines solchen Unterfangens überhaupt nur möglich ist. Geleitet wurde er dabei wohl von den beiden folgenden Fragen: Was sollen spätere PrimarstufenlehrerInnen von der Geometrie erfahren? In welchen Formen soll dieses Erfahren vor sich gehen?

Da die eben angesprochenen Adressaten eben keine MathematikerInnen werden wollen, galt es, den Text möglichst ausführlich und anschaulich, außerdem unter Verzicht auf ausgeprägte und weitreichende Formalisierung nah an der Alltagssprache zu gestalten, die Beweise eher als plausible Skizze am typischen Spezialfall vorzuführen und geeignetes Material zum Mitmachen – mit Aussicht auf Erfolgserlebnisse – auszuwählen. Dies ist dem Autor großenteils in erfreulichem Maße gelungen.

Wenn ich auch aufgrund der in Abschnitt 4 genannten Kritikpunkte Bedenken hätte, das vorliegende Buch einem Studienanfänger kommentarlos zum Selbststudium in die Hand zu geben, so kann ich mir sehr wohl eine Hochschulveranstaltung mit diesem Geometriebuch als Basisliteratur vorstellen, in welcher neben dem (klärenden und kommentierenden) Dozentenvortrag auch andere Lehr- und Lernformen praktiziert werden, um die Studierenden nicht nur passiv an der Erarbeitung geometrischer Sachverhalte teilnehmen zu lassen, sondern um sie in den Entstehungsprozeß dieser Mathematik aktiv mit einzubeziehen – ein Anliegen, dem sich meiner Meinung nach jeder in der Mathematiklehrausbildung tätige Dozent verpflichtet fühlen sollte. In diesem Sinne wünsche ich dem vorliegenden Buch und der darin vertretenen Konzeption zur Durchführung von Geometrievorlesungen viele Freunde!

## 6. Literatur

- Becker, G.: Geometrieunterricht. – Bad Heilbrunn: Klinkhardt, 1980  
 Jeger, M.: Konstruktive Abbildungsgeometrie. – Luzern und Stuttgart: Verlag?, 1973  
 Mitschka, A.; Strehl, R.: Einführung in die Geometrie. – Freiburg i. Br.: Herder, 1975  
 Müller, K. P.; Wölpert, H.: Anschauliche Topologie. – Stuttgart: Teubner, 1976  
 Scheid, H.; Powarzynski, R.: Mathematik für Lehramtskandidaten. Bd. III: Geometrie. – Wiesbaden: Verlag? 1975  
 Scheid, H.: Elemente der Geometrie. – Mannheim: BI-Wissenschaftsverlag, 1991  
 Schupp, H.: Elementargeometrie. – Paderborn: Schöningh, 1977

## Autor

Fraedrich, Anna Maria, Prof. Dr., Pädagogische Hochschule Weingarten, Kirchplatz 2, D-88250 Weingarten.  
 E-mail: fraedrich@ph-weingarten.de