Владикавказский математический журнал
2010, Том 12, Выпуск 2, С. 24–30

УДК **517.9**

О ПРАВЫХ ОБРАТНЫХ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯМИ АЙДЕЛЬХАЙТА[1]

О. А. Иванова, С. Н. Мелихов

В статье доказываются критерий и отдельно достаточные условия того, что оператор, определяемый последовательностью Айдельхайта, имеет или не имеет линейный непрерывный правый обратный. Полученные результаты применяются к решению задачи о дополняемости идеалов в алгебрах аналитических функций.

Ключевые слова: последовательность Айдельхайта, правый обратный оператор, идеалы в алгебрах аналитических функций.

Символом ω будем обозначать пространство Фреше всех числовых последовательностей с топологией покоординатной сходимости, заданной фундаментальной системой преднорм

$$r_k(x) := \max_{1\leqslant n\leqslant k} |x_n|, \quad x = (x_n)_{n\in\mathbb{N}} \in \omega,\ k \in \mathbb{N}.$$

Для локально выпуклого пространства E через E' обозначим топологическое сопряженное к E пространство.

Определение 1 [1, 2]. Пусть E — пространство Фреше, $\varphi_n \in E'$, $n \in \mathbb{N}$. Последовательность $(\varphi_n)_{n\in\mathbb{N}}$ называется *последовательностью Айдельхайта* (в E'), если для любого $a \in \omega$ существует $x \in E$ такое, что $\varphi_n(x) = a_n$ для любого $n \in \mathbb{N}$.

Если $\varphi_n \in E'$, $n \in \mathbb{N}$, — последовательность Айдельхайта, то оператор $R : x \mapsto \big(\varphi_j(x)\big)_{j=1}^{\infty}$ является линейным и непрерывным отображением E на ω. Естественным образом возникает вопрос о существовании линейного непрерывного правого обратного оператора к $R : E \to \omega$, т. е. такого оператора $\Pi : \omega \to E$, что $R \circ \Pi(c) = c$ для любого $c \in \omega$. В частном случае, $\varphi_j(f) := f^{(j)}(0)$, $j \geqslant 0$, $E = C^\infty([-1, 1])$, отрицательный ответ на этот вопрос получен Б. С. Митягиным [2]. Заметим, что если $\varphi_n \in E'$, $n \in \mathbb{N}$, — последовательность Айдельхайта и оператор R еще и инъективен, то по теореме об изоморфизме [5, теорема 1, с. 226], пространства E и ω — топологически изоморфны.

В статье приводятся достаточные условия того, что оператор $R : E \to \omega$ имеет или не имеет линейный непрерывный правый обратный (коротко ЛНПО), а также примеры применения этих абстрактных достаточных условий к пространству $A(G)$ функций, аналитических в области $G \subseteq \mathbb{C}$, и к пространству $C^\infty(\Omega)$, где Ω — открытое подмножество $\mathbb{R}^N$, $N \in \mathbb{N}$.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 07-01-00329-а.

1. Критерий существования ЛНПО к оператору $R : E \to \omega$

Ниже, E — пространство Фреше с фундаментальной системой непрерывных преднорм p_n, $n \in \mathbb{N}$ (последнее означает: множества $\{x \in E \,|\, p_n(x) \leqslant \varepsilon\}$, $n \in \mathbb{N}$, $\varepsilon > 0$, образуют базис окрестностей начала в E).

Теорема 1. *Пусть E — пространство Фреше с фундаментальной последовательностью преднорм p_n, $n \in \mathbb{N}$; $\varphi_n \in E'$, $n \in \mathbb{N}$, — последовательность Айдельхайта в E'. Оператор $R : E \to \omega$ имеет ЛНПО тогда и только тогда, когда существуют элементы $x_j \in E$ такие, что $\varphi_k(x_j) = \delta_{k,j}$ для любых $k, j \in \mathbb{N}$ и для любого n существует j_n такое, что $p_n(x_j) = 0$ при каждом $j \geqslant j_n$.*

$\lhd$ *Необходимость.* Пусть оператор $R : E \to \omega$ имеет ЛНПО $\Pi : \omega \to E$.

Положим $x_j := \Pi(e_{(j)}) \in E$, $j \in \mathbb{N}$. Тогда $\varphi_k(x_j) = (e_{(j)})_k = \delta_{k,j}$, $k, j \in \mathbb{N}$. Для любого $c \in \omega$ ряд $\sum_{j=1}^{\infty} c_j\, e_{(j)}$ сходится абсолютно к c. Поэтому ряд $\Pi\big(\sum_{j=1}^{\infty} c_j\, e_{(j)}\big) = \sum_{j=1}^{\infty} c_j\, \Pi(e_{(j)}) = \sum_{j=1}^{\infty} c_j\, x_j$ сходится абсолютно в E (к $\Pi(c)$), т. е. $\sum_{j=1}^{\infty} |c_j|\, p_n(x_j) < +\infty$ для любых $n \in \mathbb{N}$, $c \in \omega$. Значит, существует j_n такое, что $p_n(x_j) = 0$ для любого $j \geqslant j_n$.

Достаточность. Пусть существуют элементы $x_j \in E$, $j \in \mathbb{N}$, такие, что $\varphi_k(x_j) = \delta_{k,j}$, $k, j \in \mathbb{N}$, и для любого n найдется j_n, для которого $p_n(x_j) = 0$, $j \geqslant j_n$. Для любого $c \in \omega$ полагаем $\Pi(c) := \sum_{j=1}^{\infty} c_j\, x_j$. Поскольку для любых $n \in \mathbb{N}$ и $c \in \omega$

$$p_n\left(\sum_{j=1}^{\infty} c_j\, x_j\right) \leqslant \sum_{j=1}^{\infty} \big|c_j\big|\, p_n(x_j) = \sum_{j=1}^{j_n-1} \big|c_j\big|\, p_n(x_j) \leqslant \left(\sum_{j=1}^{j_n-1} p_n(x_j)\right) \cdot r_{j_n}(c),$$

то оператор Π корректно определен и непрерывно (и линейно) отображает ω в E. Поскольку для любого $c = \sum_{j=1}^{\infty} c_j\, e_{(j)} \in \omega$ выполняются равенства

$$R \circ \Pi(c) = R\left(\sum_{j=1}^{\infty} c_j\, x_j\right) = \sum_{j=1}^{\infty} c_j\, R(x_j) = \sum_{j=1}^{\infty} c_j\, e_{(j)} = c,$$

то Π — ЛНПО к оператору $R : E \to \omega$. $\rhd$

2. Достаточное условие того, что оператор $R : E \to \omega$ имеет ЛНПО

Пусть, по-прежнему, E — пространство Фреше с фундаментальной последовательностью преднорм p_n, $n \in \mathbb{N}$, таких, что $p_n \leqslant p_{n+1}$, $n \in \mathbb{N}$.

Положим $\operatorname{Ker} p_n := \big\{x \in E \,\big|\, p_n(x) = 0\big\}$, $n \in \mathbb{N}$. Тогда $\operatorname{Ker} p_{n+1} \subseteq \operatorname{Ker} p_n$ для любого $n \in \mathbb{N}$. $\operatorname{Ker} p_n$ снабжено индуцированной из E топологией с фундаментальной последовательностью преднорм p_n таких, что $p_n \leqslant p_{n+1}$, $n \in \mathbb{N}$. Справедлива

Теорема 2. *Пусть E — пространство Фреше; $\varphi_n \in E'$, $n \in \mathbb{N}$, — последовательность Айдельхайта. Пусть для любого $n \in \mathbb{N}$ $\varphi_j\big|_{\operatorname{Ker} p_n} = 0$, $1 \leqslant j \leqslant n$, и последовательность $\varphi_k\big|_{\operatorname{Ker} p_n}$, $k \geqslant n+1$, — последовательность Айдельхайта в $(\operatorname{Ker}\, p_n)'$. Тогда оператор $R : E \to \omega$ имеет ЛНПО.*

$\lhd$ Поскольку $(\varphi_n)_{n\in\mathbb{N}}$ — последовательность Айдельхайта в E', то существует $x_1 \in E$ такое, что $\varphi_1(x_1) = 1$, $\varphi_k(x_1) = 0$, $k \geqslant 2$. Если элементы $x_1, \ldots, x_{j-1}$ уже построены, то $x_j \in \operatorname{Ker} p_{j-1}$ выбираем таким образом, чтобы $\varphi_j(x_j) = 1$, $\varphi_k(x_j) = 0$, $k \geqslant j+1$.

В силу теоремы 1 линейным непрерывным правым обратным к оператору R является оператор

$$\Pi(c) := \sum_{j=1}^{\infty} c_j\, x_j, \quad c \in \omega. \rhd$$

3. Достаточное условие того, что оператор $R : E \to \omega$ не имеет ЛНПО

Докажем теперь условия того, что ЛНПО к оператору $R : E \to \omega$ не существует.

Теорема 3. *Пусть E — пространство Фреше, $\varphi_n \in E'$, $n \in \mathbb{N}$, — последовательность Айдельхайта. Предположим, что для любой последовательности $x_j \in E$, $j \in \mathbb{N}$, такой, что $\varphi_j(x_j) \neq 0$ для $j \in \mathbb{N}$, существует непрерывная на E преднорма p, для которой $p(x_j) \neq 0$ при всех $j \in \mathbb{N}$. Тогда оператор*

$$R : x \mapsto \Big(\varphi_j(x)\Big)_{j=1}^{\infty}$$

из E в ω не имеет линейного непрерывного правого обратного.

$\lhd$ Предположим противное: существует линейный непрерывный правый обратный оператор T: $\omega \to E$ к R. Пусть $e_{(j)} := \big(\delta_{jm}\big)_{m=1}^{\infty}$, $j \in \mathbb{N}$. Положим $x_j := T(e_{(j)})$, $j \in \mathbb{N}$, $(x_j) \in E$. Тогда для любого $j \in \mathbb{N}$

$$\varphi_j\big(x_j\big) = \big(R(x_j)\big)_j = \Big(R\big(T(e_{(j)})\big)\Big)_j = \big(e_{(j)}\big)_j = 1.$$

По условию теоремы существует непрерывная на E преднорма p такая, что $p(x_j) \neq 0$ для любого $j \in \mathbb{N}$. Заметим, что для каждого $y \in \omega$ ряд $\sum_{j=0}^{\infty} y_j\, e_{(j)}$ сходится абсолютно к y в ω. Значит, в ω абсолютно сходится ряд

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{p(x_j)}\, e_{(j)}.$$

В силу непрерывности оператора T в пространстве E абсолютно сходится ряд

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{p(x_j)}\, T\big(e_{(j)}\big) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{p(x_j)}\, x_j.$$

Поэтому

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{p(x_j)}\, p(x_j) < +\infty.$$

Полученное противоречие доказывает теорему. $\rhd$

Из этой теоремы, как следствие, вытекает известная теорема Б. С. Митягина [2] о том, что линейный непрерывный (сюръективный) оператор

$$T : C^{\infty}([-1,1]) \to \omega, \quad f \longmapsto \Big(f^{(n)}(0)\Big)_{n=0}^{\infty}$$

не имеет линейного непрерывного правого обратного. Действительно, последовательность $\varphi_j(f) := f^{(j)}(0)$ является последовательностью Айдельхайта в пространстве $(C^{\infty}([-1,1]))'$ по теореме Бореля [7]. Пусть последовательность $f_j \in C^{\infty}\big(\mathbb{R}\big)$ такова, что $f_j^{(j)}(0) \neq 0$, $j \in \mathbb{N}$. Тогда функция f_j не является тождественным нулем на отрезке $[-1,1]$. Значит, $\sup_{|x|\leqslant 1} \big|f_j(x)\big| > 0$ для любого $j \in \mathbb{N}$. Значит, выполняются все условия теоремы 3 и оператор $T : C^{\infty}([-1,1]) \to \omega$ не имеет ЛНПО. (Заметим, что доказательство того факта, что оператор $T : C^{\infty}([1,1]) \to \omega$ не имеет ЛНПО, в [2] отличается от приведенного выше. Б. С. Митягин использовал то, что в пространстве ω не существует непрерывной нормы.)

4. О дополняемых идеалах в пространстве аналитических функций

Применим теорему 3 к оператору сужения функций, аналитических в области $G \subseteq \mathbb{C}$, и их производных на дискретную последовательность в G.

Пусть G — открытое подмножество $\mathbb{C}$, $A(G)$ — пространство Фреше всех аналитических в G функций. Возьмем последовательность компактов $K_n \subseteq G$, $n \in \mathbb{N}$, такую, что $K_n \subseteq \operatorname{int} K_{n+1}$, $n \in \mathbb{N}$, и $G = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} K_n$ ($\operatorname{int} K$ обозначает внутренность множества K). Последовательность преднорм $p_n(f) := \sup\limits_{z\in K_n} \bigl|f(z)\bigr|$, $f \in A(G)$, $n \in \mathbb{N}$, является фундаментальной последовательностью преднорм в пространстве $A(G)$.

$A(G)$ является топологической алгеброй относительно операции поточечного умножения функций.

Как обычно, последовательность $z_n \in G$, $n \in \mathbb{N}$, называется дискретным подмножеством G, если

$$\forall\, K \Subset G \ \ \exists\, N \in \mathbb{N}: \ \ \forall\, n \geqslant N \ \ z_n \notin K.$$

(Символ $K \Subset G$ означает, что K — компактное подмножество G.) Последовательность $(z_n, m_n)_{n\in\mathbb{N}}$, где (z_n) — дискретное подмножество G, а $m_n \in \mathbb{N}$, называется кратным многообразием в G.

Пусть $(z_n, m_n)_{n\in\mathbb{N}}$ — кратное многообразие в G. Введем оператор сужения $R : A(G) \to \omega$:

$$\bigl(R(f)\bigr)_j = \begin{cases} f^{(j)}(z_1), & 0 \leqslant j \leqslant m_1,\\ f^{(j-M_n-n)}(z_{n+1}), & M_n + (n-1) < j < M_{n+1} + n \end{cases}$$

(здесь $M_n := \sum_{k=1}^{n} m_k$).

(Коротко можно записать так: $R(f) = \bigl(f^{(k)}(z_n)\bigr)_{0\leqslant k\leqslant m_n,\, n\in\mathbb{N}}$.)

Очевидно, что оператор $R : A(G) \to \omega$ линеен и непрерывен.

Ниже мы будем использовать следующий результат об интерполяции, полученный в [3, теорема 3.4.1, с. 235].

Теорема 4. *Пусть G — открытое подмножество $\mathbb{C}$, $(z_j)_{j\geqslant 1}$ — дискретная последовательность в G, $(n_j)_{j\geqslant 1}$ — последовательность натуральных чисел, $(a_{j,k})_{j\geqslant 1,\, 0\leqslant k\leqslant n_j-1}$ — последовательность комплексных чисел. Тогда существует функция $g \in A(G)$ такая, что*

$$g^{(k)}(z_j) = k!\, a_{j,k}, \quad j \in \mathbb{N} \cup \{0\}, \ \ 0 \leqslant k \leqslant n_j - 1.$$

Из теоремы 4 следует, что последовательность функционалов

$$\delta_{n,k} : f \mapsto f^{(k)}(z_n), \quad 0 \leqslant k \leqslant m_n - 1, \ \ n \in \mathbb{N},$$

является последовательностью Айдельхайта в $A(G)'$, т. е. оператор $R : A(G) \to \omega$ сюръективен.

Теорема 5. *Пусть G — открытое подмножество $\mathbb{C}$, $(z_n, m_n)_{n\in\mathbb{N}}$ — кратное многообразие в G. Тогда оператор $R : A(G) \to \omega$ не имеет ЛНПО.*

$\lhd$ Заметим, что последовательность $(\delta_{n,k})_{0\leqslant k\leqslant m_n-1,\, n\in\mathbb{N}}$ (в качестве $(\varphi_j)_{j\in\mathbb{N}}$) удовлетворяет предположениям теоремы 3. Действительно, возьмем последовательность $f_{n,k} \in A(G)$, $0 \leqslant k \leqslant m_n - 1$, $n \in \mathbb{N}$, такую, что $\delta_{n,k} \neq 0$. Тогда $f_{n,k} \not\equiv 0$ в G, $0 \leqslant k \leqslant m_n - 1$, $n \in \mathbb{N}$. Пусть K — замкнутый круг (отличный от точки), содержащийся в G. В силу теоремы единственности для аналитических функций $p_K(f_{n,k}) := \sup_{z\in K} \bigl|f_{n,k}(z)\bigr| > 0$ для любых $0 \leqslant k \leqslant m_n - 1$, $n \in \mathbb{N}$. Остается заметить, что p_K — непрерывная преднорма в $A(G)$.

По теореме 3 оператор $R : A(G) \to \omega$ не имеет ЛНПО. $\rhd$

Докажем одно следствие из теоремы 5. Пусть I — идеал в пространстве $A(G)$. Следуя [3], положим

$$Z(I) := \bigcap_{f\in I} Z(f),$$

где

$$Z(f) := \{z \in G:\ f(z) = 0\}$$

— нулевое множество функции f из $A(G)$. $Z(I)$ называется множеством нулей идеала I.

Теорема 6. *Пусть G — область в $\mathbb{C}$. Замкнутый собственный идеал I в $A(G)$ топологически дополняем в пространстве $A(G)$ тогда и только тогда, когда множество $Z(I)$ конечно.*

$\lhd$ Пусть I — замкнутый собственный идеал в пространстве $A(G)$. Тогда по [3, теорема 3.5.11] он является главным идеалом, т. е. существует ненулевая функция g из $A(G)$ такая, что

$$I = g \cdot A(G).$$

Пусть $Z(g)$ — множество всех (попарно различных) нулей функции g, m_n — кратность нуля $z_n \in Z(g)$.

Пусть множество $Z(g)$ конечно: $Z(g) = \{z_n\}_{1\leqslant n\leqslant N}$, $N \in \mathbb{N}$. По [5, предложение 3, с. 117] пространство $\big(A(G)/I\big)'$ можно отождествить с I^0, где I^0 — поляра идеала I:

$$I^0 = \{\varphi \in A(G)':\ \varphi(f) = 0\ \ \forall\, f \in I\}.$$

Заметим, что функционалы $\delta_{n,k}$, $0 \leqslant k \leqslant m_n - 1$, $n \in \mathbb{N}$, принадлежат пространству $\big(A(G)/I\big)'$.

Покажем теперь, что фактор-пространство $A(G)/I$ конечномерно. Пусть $\varphi \in I^0 \simeq \big(A(G)/I\big)'$. Тогда по [5, лемма 5, с. 53] либо φ есть линейная комбинация форм $\delta_{n,k}$, $0 \leqslant k \leqslant m_n - 1$, $1 \leqslant n \leqslant N$, либо существует такой элемент $\hat a = a + I \in A(G)/I$, $a \in A(G)$, что

$$\varphi(\hat a) = 1, \quad \delta_{n,k}(\hat a) = 0, \quad 0 \leqslant k \leqslant m_n - 1,\ 1 \leqslant n \leqslant N.$$

Предположим, что $\hat a \in \big(A(G)/I\big)'$ и $\varphi(\hat a) = \varphi(a) = 1$, $\delta_{n,k}(a) = 0$, т. е. $a^{(k)}(z_n) = 0$, $0 \leqslant k \leqslant m_n - 1$, $1 \leqslant n \leqslant N$. Тогда $a \in I$, а, значит, $\varphi(a) = 0$. Получено противоречие. Поэтому φ является линейной комбинацией $\delta_{n,k}$, $0 \leqslant k \leqslant m_n$, $1 \leqslant n \leqslant N$.

Следовательно, пространство $\big(A(G)/I\big)'$ конечномерно. (При этом $\dim\big(A(G)/I\big) = \dim\,(A(G)/I)' = \dim I^0 = \sum_{n=1}^{N}(m_n + 1)$.) Значит, пространство $\big(A(G)/I\big)$ конечномерно. По условию I — замкнутое подпространство $A(G)$. Тогда по [5, с. 143] каждое алгебраическое дополнение к I является также топологическим дополнением. Так как алгебраическое дополнение всегда существует ([5, с. 142]), то I топологически дополняемо в пространстве $A(G)$.

Пусть теперь множество $Z(I)$ бесконечно. $Z(I) = \{z_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, m_n — кратность нуля z_n функции g. Введем для кратного многообразия $(z_n, m_n)_{n\in\mathbb{N}}$ оператор сужения R: $A(G) \to \omega$, как в теореме 3. Ясно, что $\operatorname{Ker} R = I$. Так как оператор R: $A(G) \to \omega$ сюръективен и по теореме 5 не имеет ЛНПО, то [5, гл. 1, § 1, предложение 14] $\operatorname{Ker} R$ не является топологически дополняемым в пространстве $A(G)$. $\rhd$

Замечание. Если I — собственный замкнутый идеал в пространстве $A(G)$, то множество $Z(I)$ непусто. Действительно, если $Z(I)$ пусто, то [4, теорема 3.5.10] множество I плотно в пространстве $A(G)$. Значит $I{=}A(G)$, хотя I — собственный идеал.

5. Пример

Применим теорему 2 к оператору сужения функций из $C^\infty(\Omega)$, Ω открыто в $\mathbb{R}^N$, на дискретную последовательность (x_n) попарно различных точек в Ω.

Введем последовательность компактов $K_n \Subset \Omega$, обладающих следующими свойствами:

1. $x_1, \dots, x_n \in K_n$, $n \in \mathbb{N}$;
2. $x_j \notin K_n$, $j \geqslant n+1$, $n \in \mathbb{N}$;
3. $K_n \subseteq \operatorname{Int} K_{n+1}$ для каждого $n \in \mathbb{N}$;
4. $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} K_n = \Omega$.

Айдельхайтом был доказан следующий критерий [3].

Теорема 7. *Пусть E — пространство Фреше, $(p_n)_{n\in\mathbb{N}}$ — фундаментальная система преднорм на E, $p'_n(\varphi) := \sup\limits_{p_n(x)\leqslant 1} \bigl|\varphi(x)\bigr|$, $\varphi \in E'$, $n \in \mathbb{N}$. Последовательность $\varphi_n \in E'$, $n \in \mathbb{N}$, является последовательностью Айдельхайта тогда и только тогда, когда выполняются следующие два условия:*

(i) система $\bigl(\varphi_m\bigr)_{m=1}^\infty$ линейно независима в E';

(ii) для любого натурального n найдется натуральное число $k(n)$ такое, что для любого $k > k(n)$ функционал φ_k не является непрерывным по преднорме p_n, т. е. $p'_n(\varphi_k) = +\infty$ для каждого $k \geqslant k(n)$.

Последовательность преднорм

$$p_n(f) := \max_{0\leqslant k\leqslant n} \max_{x\in K_n} \bigl|f^{(k)}(x)\bigr|,$$

является фундаментальной последовательностью преднорм в пространстве $C^\infty(\Omega)$.

Из теоремы 7 следует, что последовательность функционалов $\varphi_n(f) := \delta_{x_n}(f) = f(x_n)$, $f \in C^\infty(\Omega)$, $n \in \mathbb{N}$, является последовательностью Айдельхайта в $C^\infty(\Omega)'$.

Поскольку последовательность функционалов φ_n, ядра $\operatorname{Ker} p_n$, $n \in \mathbb{N}$, удовлетворяют условиям теоремы 2, то справедлив следующий результат:

Следствие. *Оператор $R : C^\infty(\Omega) \to \omega$, $R(f) := \bigl(f(x_n)\bigr)_{n\in\mathbb{N}}$ имеет ЛНПО.*

Литература

1. *Vogt D.* On two problems of Mityagin // Math. Nachr.—1989.—Vol. 141.—P. 13–25.
2. *Митягин Б. С.* Аппроксимативная размерность и базисы в ядерных пространствах // Успехи мат. наук.—1961.—Т. 16, вып. 4.—С. 63–132.
3. *Vogt D.* Kernels of Eidelhelt matrices and related topics // Doga Tr. J. Math.—1986.—Vol. 10.—P. 232–256.
4. *Berenstein C. A., Gay R.* Complex Variables. An Introduction.—New York: Springer-Verlag, 1991.—650 p.
5. *Робертсон А. П., Робертсон В. Д.* Топологические векторные пространства.—М.: Мир, 1967.—257 с.
6. *Бурбаки Н.* Топологические векторные пространства.—М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1959.—410 с.
7. *Borel E.* Sur quelques points de la theorie des fonctions // Ann. Sci. Norm. Sup.—1895.—Vol. 12, № 3.—P. 9–55.

Статья поступила 9 июля 2009 г.

Иванова Ольга Александровна
Южный федеральный университет,
аспирантка кафедры теории функции и функцион. анализа
РОССИЯ, 344090, Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а
E-mail: `neo_ivolga@mail.ru`

Мелихов Сергей Николаевич
Южный федеральный университет,
проф. кафедры теории функции и функцион. анализа
РОССИЯ, 344090, Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а;
Южный математический институт ВНЦ РАН и РСО-А,
зав. лаб. компл. анализа
E-mail: melih@math.rsu.ru

ON THE RIGHT INVERSE OPERATORS
WHICH ARE DEFINED BY EIDELHEIT SEQUENCES

Ivanova O. A., Melikhov S. N.

In this article we prove criterion and separately sufficient conditions under which the operator which is defined by Eidelheit sequence has or has not continuous linear right inverse. Also we apply the obtained results for solution of the problem of topologically complementability of ideals in algebras of holomorphic functions.

Key words: Eidelheit sequence, right inverse operator, ideals in algebras of holomorphic functions.