Владикавказский математический журнал
2009, Том 11, выпуск 1, С. 22–28

УДК **515.12**

О ВЕЩЕСТВЕННОЙ ПОЛНОТЕ ПРОСТРАНСТВА СЛАБО АДДИТИВНЫХ σ-ГЛАДКИХ ФУНКЦИОНАЛОВ

Р. Е. Жиемуратов, А. А. Заитов

В работе устанавливается, что пространство σ-гладких слабо аддитивных, сохраняющих порядок, нормированных функционалов является вещественно полным.

Ключевые слова: функтор, слабо аддитивный, сохраняющий порядок, функционал, вещественная полнота.

Систематическое исследование пространств вероятностных τ-гладких и радоновых мер на тихоновских пространствах было начато в работе [1]. Пространство слабо аддитивных функционалов является более широким объектом, чем пространство вероятностных мер. Пространства слабо аддитивных, сохраняющих порядок, нормированных τ-гладких и радоновых функционалов впервые рассматривались в [2]. Наши интересы в настоящей работе затрагивает, в основном, вещественная полнота пространств слабо аддитивных, сохраняющих порядок, нормированных функционалов. Это связано с тем, что вещественно полные пространства обладают многими свойствами, которыми обладают компакты ($\equiv$ бикомпактные хаусдорфовы пространства).

Начало исследований ковариантных нормальных функторов, действующих на категории $Comp$ компактов, и их непрерывных отображений и на других различных категориях, восходит к фундаментальной работе [3] Е. В. Щепина, где он выделил ряд элементарных свойств ковариантных функторов в категории компактов и ввел понятие нормального функтора. Т. Н. Радул показал, что введенный им в [4] функтор $O : Comp \to Comp$ не удовлетворяет некоторым условиям нормальности. Функтор O можно продолжить на категорию $Tych$ тихоновских пространств и их непрерывных отображений по конструкции А. Ч. Чигогидзе [5] до функтора $O_\beta : Tych \to Tych$ или до функтора $O\circ\beta : Tych \to Comp$ аналогично конструкции В. В. Федорчука [6], рассмотренной для функтора P вероятностных мер, где было отмечено, что функтор $P \circ \beta : Tych \to Comp$, ставящий в соответствии тихоновскому пространству X компакт $P(\beta X)$, тоже продолжает функтор $P : Comp \to Comp$, где через βX обозначено компактное расширение Стоуна — Чеха тихоновского пространства X.

Пространство $O_\beta(X)$ слабо аддитивных функционалов с компактными носителями, рассмотренное в [7], слишком узко, а пространство $O(\beta X) = O \circ \beta(X)$ всех слабо аддитивных функционалов, категорные свойства которого были изучены в [8], слишком широко, и в результате функтор $O \circ \beta : Tych \to Comp$ не сохраняет многих специфических свойств пространства X, переводя тихоновское пространство X в компакт $O(\beta X)$.

Поэтому естественно рассматривать пространства функционалов, заключенных между пространствами $O_\beta(X)$ и $O(\beta X)$. В связи с этим в [9] были изучены пространства $O_R(X)$ слабо аддитивных радоновых функционалов и $O_\tau(X)$ слабо аддитивных

τ-гладких функционалов. Но эти пространства не всегда являются вещественно полными. Естественно возникает вопрос о том, какая часть компакта $O(\beta X)$ является вещественно полной для всякого тихоновского пространства X. В настоящей работе покажем, что пространство $O_\sigma(X)$ σ-гладких слабо аддитивных, сохраняющих порядок, нормированных функционалов является вещественно полным.

Пусть X — компакт, $C(X)$ — алгебра непрерывных функций $\varphi : X \to R$ с обычными алгебраическими операциями и *sup*-нормой. Для каждого $c \in R$ через c_X обозначим постоянную функцию, определяемую по формуле $c_X(x) = c$ для всех $x \in X$. Пусть $\varphi, \psi \in C(X)$. Мы говорим, что $\varphi \leqslant \psi$ тогда и только тогда, когда $\varphi(x) \leqslant \psi(x)$ для всех $x \in X$.

Функционал $\mu : C(X) \to R$ называется [4]:

1) *слабо аддитивным*, если $\mu(\varphi + c_X) = \mu(\varphi) + c$ для любых $\varphi \in C(X)$ и $c \in R$;

2) *сохраняющим порядок*, если для любой пары функций $\varphi, \psi \in C(X)$ неравенство $\varphi \leqslant \psi$ влечет $\mu(\varphi) \leqslant \mu(\psi)$;

3) *нормированным*, если $\mu(1_X) = 1$.

Для компакта X через $O(X)$ обозначается пространство всех слабо аддитивных, сохраняющих порядок, нормированных функционалов $\mu : C(X) \to R$. Множество функционалов, удовлетворяющих первым двум условиям этого определения, обозначим через $W(X)$. В протяжении этой работы слабо аддитивный, сохраняющий порядок, нормированный функционал для краткости просто будем называть функционалом. Множество $W(X)$ снабжается топологией поточечной сходимости. Рассмотрим $O(X)$ как подпространство $W(X)$.

Пусть X — тихоновское пространство, $C_b(X)$ — алгебра ограниченных непрерывных функций $\varphi : X \to R$ с поточечными алгебраическими операциями. Для функции $\varphi \in C_b(X)$ положим $\|\varphi\| = \sup\{|\varphi(x)| : x \in X\}$. $C_b(X)$ с введенной нормой является банаховой алгеброй. Для каждой $\varphi \in C_b(X)$, сопоставив ее непрерывное продолжение $\widetilde{\varphi} \in C(\beta X)$, получим изоморфизм между алгебрами $C_b(X)$ и $C(\beta X)$, причем имеет место $\|\widetilde{\varphi}\| = \|\varphi\|$, поэтому указанный изоморфизм является изометрией соответствующих нормированных алгебр. Тем самым их топологические свойства совпадают. Поэтому всякую функцию из $C_b(X)$ можно считать элементом $C(\beta X)$.

Будем говорить, что последовательность $\{\varphi_n\} \subset C_b(X)$ есть *монотонно убывающая последовательность, поточечно сходящейся к нулю на* X, если для каждой точки $x \in X$ имеем $\varphi_n(x) \geqslant \varphi_m(x)$ при $n \leqslant m$ и $\lim \varphi_n(x) = 0$.

Определение 1. Функционал $\mu \in W(\beta X)$ назовем σ-гладким, если $\mu(\varphi_n) \to 0$ для любой монотонно убывающей последовательности $\{\varphi_n\} \subset C_b(X)$, поточечно сходящейся к нулю на X.

Для тихоновского пространства X через $W_\sigma(X)$ обозначим множество всех σ-гладких функционалов $\mu \in W(\beta X)$. Положим

$$O_\sigma(X) = \{\mu \in W_\sigma(X) : \mu(1_X) = 1\}.$$

Очевидно, что имеют место следующие включения

$$O_\beta(X) \subset O_R(X) \subset O_\tau(X) \subset O_\sigma(X) \subset O(\beta X)$$

для любого тихоновского пространства X, и равенства

$$O_\beta(X) = O_R(X) = O_\tau(X) = O_\sigma(X) = O(\beta X)$$

для произвольного компакта X.

Наделим множество $O_\sigma(X)$ топологией поточечной сходимости. Базу окрестностей функционала $\mu \in O_\sigma(X)$ в этой топологии образуют множества вида

$$\langle \mu; \varphi_1, \ldots, \varphi_k; \varepsilon \rangle = \{\nu \in O(\beta X) : |\nu(\varphi_i) - \mu(\varphi_i)| < \varepsilon\} \cap O_\sigma(X),$$

где $\varphi_i \in C_b(X)$, $i = 1, \ldots, k$ и $\varepsilon > 0$.

Покажем, что конструкция взятия пространства $O_\sigma(X)$ порождает ковариантный функтор O_σ, действующий на категории $Tych$. Для этой цели рассмотрим компакты $X, Y \in Comp$ и непрерывное отображение $f : X \to Y$. Определим отображение $O(f) : O(X) \to O(Y)$ по формуле

$$(O(f)(\mu))(\varphi) = \mu(\varphi \circ f), \quad \mu \in O(X),\ \varphi \in C_b(Y).$$

Пусть теперь $X, Y \in Tych$ и $f : X \to Y$ — непрерывное отображение. Рассмотрим его продолжение $\beta f : \beta X \to \beta Y$, существующее согласно теореме 3.6.1 [10, с. 266]. Возникает отображение $O(\beta f) : O(\beta X) \to O(\beta Y)$. Пусть $\mu \in O_\sigma(X)$ и $\{\psi_n\} \subset C_b(Y)$ — монотонно убывающая последовательность, поточечно сходящаяся к нулю на Y. Тогда $\{\psi_n \circ f\} \subset C_b(X)$ — монотонно убывающая последовательность, поточечно сходящаяся к нулю на X. Имеем

$$O(\beta f)(\mu)(\psi_n) = \mu\left(\widetilde{\psi}_n \circ \beta f\right) = \mu(\psi_n \circ f) \longrightarrow 0,$$

т. е. $O(\beta f)(O_\sigma(X)) \subset O_\sigma(Y)$. Положим $O_\sigma(f) = O(\beta f)|O_\sigma(X)$.

Покажем, что конструкция O_σ сохраняет композицию отображений. Пусть X, Y, Z — тихоновские пространства и $f : X \to Y$, $g : Y \to Z$ — непрерывные отображения. Пусть $\mu \in O_\sigma(X)$, $\varphi \in C_b(Z)$. Тогда

$$\begin{aligned}(O_\sigma(g \circ f)(\mu))(\varphi) &= (O(\beta g \circ \beta f)(\mu))(\widetilde{\varphi}) = \mu(\widetilde{\varphi} \circ (\beta g \circ \beta f)) = \mu((\widetilde{\varphi} \circ \beta g) \circ \beta f)\\ &= O(\beta f)(\mu)(\widetilde{\varphi} \circ \beta g) = O(\beta g)(O(\beta f)(\mu))(\widetilde{\varphi}) = O_\sigma(g)(O_\sigma(f)(\mu))(\varphi),\end{aligned}$$

т. е. $O_\sigma(g \circ f) = O_\sigma(g) \circ O_\sigma(f)$.

Наконец, установим, что конструкция O_σ сохраняет тождественные отображения. Пусть $id_X : X \to X$ — тождественное отображение, т. е. $id_X(x) = x$ для любой точки $x \in X$. Тогда

$$O_\sigma(id_X)(\mu)(\varphi) = O(\beta id_X)(\mu)(\widetilde{\varphi}) = O(id_{\beta X})(\mu)(\widetilde{\varphi}) = \mu(\widetilde{\varphi} \circ id_{\beta X}) = \mu(\widetilde{\varphi}) = \mu(\varphi),$$

т. е. $O_\sigma(id_X) = id_{O_\sigma(X)}$.

Таким образом, нами доказана следующая

Теорема 1. *Конструкция O_σ является ковариантным функтором, действующим на категории $Tych$ тихоновских пространств и их непрерывных отображений, продолжающим функтор $O : Comp \to Comp$.*

Для компакта X через $P(X)$ обозначим пространство вероятностных мер на X, которое является подпространством $O(X)$. Далее, для тихоновского пространства X обозначим через $P_\varepsilon(X)$ пространство вероятностных мер с компактными носителями на X, когда $\varepsilon = \beta$, пространство вероятностных радоновых мер на X, когда $\varepsilon = R$, пространство вероятностных τ-гладких мер на X, когда $\varepsilon = \tau$, и пространство вероятностных σ-гладких мер на X, когда $\varepsilon = \sigma$.

Предложение 1. *Пусть X — тихоновское пространство. Тогда $P_\varepsilon(X)$ замкнуто лежит в $O_\varepsilon(X)$, где $\varepsilon = \beta$, R, τ, σ.*

$\triangleleft$ Возьмем произвольный функционал $\mu \in O_\varepsilon(X) \setminus P_\varepsilon(X)$. Тогда существуют такие $\varphi_i \in C_b(X)$, $i = 1, 2$, что $\mu(\varphi_1 + \varphi_2) \neq \mu(\varphi_1) + \mu(\varphi_2)$. Положим $a = |\mu(\varphi_1 + \varphi_2) - \mu(\varphi_1) - \mu(\varphi_2)| > 0$. Покажем, что $\langle \mu; \varphi_1, \varphi_2, \varphi_1 + \varphi_2; \frac{a}{3}\rangle \cap P_\varepsilon(X) = \varnothing$. В самом деле, пусть существует $\nu \in \langle \mu; \varphi_1, \varphi_2, \varphi_1 + \varphi_2; \frac{a}{3}\rangle \cap P_\varepsilon(X)$. Тогда из принадлежности $\nu \in P_\varepsilon(X)$ имеем

$$\nu(\varphi_1 + \varphi_2) = \nu(\varphi_1) + \nu(\varphi_2), \qquad (A)$$

а из принадлежности $\nu \in \langle \mu; \varphi_1, \varphi_2, \varphi_1 + \varphi_2; \frac{a}{3}\rangle$ вытекает, что $|\nu(\varphi_i) - \mu(\varphi_i)| < \frac{a}{3}$, $i = 1, 2$. Откуда вытекают следующие неравенства:

$$-\frac{a}{3} < \nu(\varphi_1) - \nu(\varphi_1) < \frac{a}{3}, \qquad (B)$$

$$-\frac{a}{3} < \nu(\varphi_2) - \nu(\varphi_2) < \frac{a}{3}. \qquad (C)$$

Сложив (B) и (C), получим

$$-\frac{2a}{3} < \nu(\varphi_1) + \nu(\varphi_2) - \mu(\varphi_1) - \mu(\varphi_2) < \frac{2a}{3}. \qquad (D)$$

С другой стороны, имеем

$$-\frac{a}{3} < \mu(\varphi_1 + \varphi_2) - \nu(\varphi_1 + \varphi_2) < \frac{a}{3}. \qquad (E)$$

Возможны два случая:

1) $\mu(\varphi_1 + \varphi_2) > \mu(\varphi_1) + \mu(\varphi_2)$. Тогда $\mu(\varphi_1 + \varphi_2) = a + \mu(\varphi_1) + \mu(\varphi_2)$. Последнее равенство вместе (A) и (E) дает

$$-\frac{4a}{3} < \mu(\varphi_1) + \mu(\varphi_2) - \nu(\varphi_1) - \nu(\varphi_2) < -\frac{2a}{3},$$

что противоречит (D).

2) $\mu(\varphi_1 + \varphi_2) < \mu(\varphi_1) + \mu(\varphi_2)$. Тогда $\mu(\varphi_1 + \varphi_2) = \mu(\varphi_1) + \mu(\varphi_2) - a$. Подставляя последнее равенство в (E) и имея в виду (A), получим

$$\frac{2a}{3} < \mu(\varphi_1) + \mu(\varphi_2) - \nu(\varphi_1) - \nu(\varphi_2) < \frac{4a}{3},$$

что опять-таки противоречит (D). $\triangleright$

Следующий результат дает критерий σ-гладкости слабо аддитивных, сохраняющих порядок, функционалов. Сначала отметим, что для каждого компакта X и для всякого слабо аддитивного, сохраняющего порядок, функционала $\mu : C(X) \to \mathbb{R}$ существует [11] слабо аддитивный, сохраняющий порядок, функционал $\mu' : B(X) \to \mathbb{R}$ такой, что $\mu'|C(X) = \mu$, где $B(X)$ — пространство ограниченных функций компакта X, обеспеченное топологией равномерной сходимости. Это утверждение естественным образом распространяется для тихоновских пространств.

Теорема 2. *Функционал $\mu \in W(\beta X)$ является σ-гладким тогда и только тогда, когда $\mu(\chi_K) = 0$ для всякого замкнутого G_δ-множество $K \subset \beta X \setminus X$.*

$\triangleleft$ Пусть $\mu \in W(\beta X)$ — функционал такой, что $\mu(\chi_K) = 0$ для всякого замкнутого G_δ-множество $K \subset \beta X \setminus X$. Рассмотрим произвольную монотонно убывающую последовательность $\{\varphi_n\} \subset C(\beta X)$, поточечно сходящуюся к нулю на X. Можно считать, что $\varphi_n \leqslant 1_{\beta X}$ для всех $n \in N$. Для произвольного $\varepsilon > 0$ выделим следующее множество

$$A_n = \{x \in \beta X : \varphi_n(x) > \varepsilon\}.$$

Ясно, что все множества A_n открыты в βX и их пересечение $K_\varepsilon := \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n = \{x \in \beta X : \varphi_n(x) \geqslant \varepsilon\}$ является замкнутым G_δ-множеством в $\beta X \setminus X$. Откуда следует, что $\mu(\chi_{A_n}) \to \mu(\chi_{K_\varepsilon})$. Следовательно, имеем

$$\mu(\varphi_n) = \mu(\varphi_n|A_n + \varphi_n|\beta X \setminus A_n) \leqslant \mu(\chi_{A_n} + \varepsilon_{\beta X})$$
$$= \mu(\chi_{A_n}) + \varepsilon\mu(1_{\beta X}) \to \mu(\chi_{K_\varepsilon}) + \varepsilon\mu(1_{\beta X}) = \varepsilon\mu(1_{\beta X}).$$

Отметим, что всякий слабо аддитивный функционал линеен на одномерном подпространстве пространства $C_b(X)$, состоящего из всех постоянных функций. Следовательно, $\mu(1_{\beta X}) < \infty$. Откуда $\mu(\varphi_n) \to 0$. Таким образом, $\mu \in W_\sigma(X)$.

Пусть $\mu \in W(\beta X)$ — произвольный σ-гладкий функционал и $K \subset \beta X \setminus X$ — некоторое замкнутое G_δ-множество, т. е. $K = \bigcap_{n=1}^{\infty} G_n$, где G_n открыто в βX для любого $n \in N$. Построим последовательность $\{\varphi_n\} \subset C(\beta X)$ такую, что $\chi_K \leqslant \varphi_n \leqslant \chi_{G_n}$. Тогда $\{\varphi_n\}$ — монотонно убывающая последовательность, поточечно сходящаяся к нулю на X. Следовательно, в силу σ-гладкости μ, имеем $\mu(\varphi_n) \to 0$. Откуда, так как μ сохраняет порядок, имеем $\mu(\chi_K) = 0$. $\rhd$

Таким образом, согласно этой теореме, множество всех σ-гладких функционалов можем написать в виде

$$O_\sigma(X) = \big\{\mu \in O(\beta X) : \mu(\chi_K) = 0$$
$$\text{для всякого замкнутого } G_\delta\text{-множества } K \subset \beta X \setminus X\big\}.$$

Напомним, что пространство X называется [10, с. 320, 321] *вещественно полным* (или *полным по Хьюитту*), если оно гомеоморфно к замкнутому подпространству произведения R^k прямых для некоторого кардинала k. Вещественное полное пространство можно рассматривать [10, с. 323] как тихоновское пространство X, имеющее компактификацию γX такую, что каждая точка $x \in \gamma X \setminus X$ лежит в замкнутом G_δ-множестве $F \subset \gamma X \setminus X$.

Следующее понятие является общеизвестным. Подпространство X пространства Y называется C-вложенным (в Y), если каждая функция $\varphi : X \to \mathbb{R}$ допускает непрерывное продолжение $\widetilde{\varphi} : Y \to \mathbb{R}$. Согласно теореме 3.1.16 [10, с. 327] всякое тихоновское пространство X имеет ровно одно (с точностью до гомеоморфизма) вещественно полное пространство vX, содержащее X в качестве всюду плотного C-вложенного подпространства, которое можно отождествлять с подпространством

$$vX = \big\{x \in \beta X : F \cap X \neq \varnothing$$
$$\text{для всякого замкнутого } G_\delta\text{-множества } F \subset \beta X, \text{ содержащего } x\big\} \subset \beta X.$$

Пространство vX называется [10, с. 327] *хьюиттовым пополнением* пространства X.

В работах [12, 13] было показано, что пространства $P_R(X)$ радоновых вероятностных мер и $P_\tau(X)$ τ-гладких вероятностных мер на X в общем случае не обязаны быть вещественно полными даже тогда, когда рассматриваемое пространство X вещественно полно. Из этого замечания, предложения 1 и теоремы 3.11.4 [10, с. 322] (которая гласит, что каждое замкнутое подпространство вещественно полного пространства вещественно полно) вытекает, что пространства $O_R(X)$ радоновых слабо аддитивных функционалов и $O_\tau(X)$ τ-гладких слабо аддитивных функционалов в общем случае не обязаны быть вещественно полными. Но для пространства σ-гладких слабо аддитивных функционалов это уже не так.

Теорема 3. *Для всякого тихоновского пространства X пространство $O_\sigma(X)$ является вещественно полным.*

$\lhd$ Пусть $\mu_0 \in O(\beta X) \backslash O_\sigma(X)$ — произвольный фиксированный функционал. Тогда $\mu_0(\chi_K) \geqslant \varepsilon$ для некоторого $\varepsilon > 0$ и некоторого замкнутого G_δ-множества $K \subset \beta X \setminus X$. Имеем $K = \bigcap_{n=1}^\infty G_n$, где G_n — убывающая последовательность открытых в βX множеств. Для каждого $n \geqslant 1$ множество

$$Z_n = \left\{ \mu \in O(\beta X) : \mu(\chi_{G_n}) > \varepsilon - \frac{1}{n} \right\}$$

является открытым в $O(\beta X)$ множеством, а

$$F = \{\mu \in O(\beta X) : \mu(\chi_K) \geqslant \varepsilon\}$$

есть замкнутое в $O(\beta X)$ множество. Поскольку $F = \bigcap_{n=1}^\infty Z_n$, мы получим, что F является замкнутым G_δ-множеством в $O(\beta X)$, содержащим функционал μ_0 и непересекающимся с $O_\sigma(X)$. $\rhd$

Теорема 4. *Замыкание $\overline{X} = \beta X \cap O_\sigma(X)$ тихоновского пространства X в $O_\sigma(X)$ является хьюиттовым пополнением пространства X.*

$\lhd$ Достаточно заметить, что $\beta X \cap O_\sigma(X) = vX$. Это следует из равенства $\beta X \cap O(\beta X) = \beta X \cap P(\beta X)$, которое, в свою очередь, вытекает из [14, замечание (a)] и из равенства $\beta X \cap P_\sigma(X) = vX$ [15, теорема 1.2]. $\rhd$

Литература

1. *Банах Т. О.* Топология пространств вероятностных мер, I: функторы P_τ и $\hat{P}$ // Математичні студії.—1995.—Т. 5.—С. 65–87.
2. *Заитов А. А.* τ-гладкие слабо аддитивные функционалы и вероятностные меры // Тезисы докл. конф. молодых ученых, посвященной 60 летию АН РУз.—2003.—С. 41–42.
3. *Щепин Е. В.* Функторы и несчетные степени компактов // Успехи мат. наук.—1981.—Т. 36, вып. 3(219).—С. 3–62.
4. *Radul T. N.* On the functor of order-preserving functionals // Comment. Math. Univ. Carol.—1998.—Vol. 39, № 3.—P. 609–615.
5. *Чигогидзе А. Ч.* О продолжении нормальных функторов // Вестник МГУ. Сер. мат-ка, мех-ка.—1984.—№ 6.—С. 23–26.
6. *Федорчук В. В.* Вероятностные меры в топологии // Успехи мат. наук.—1991.—Т. 46, вып.1.—С. 41–80.
7. *Beshimov R. B.* On weakly additive functionals // Matematychni Studii.—Vol. 18, № 2.—P. 179–186.
8. *Zaitov A. A.* On categorical properties of the functor of order-preserving functionals // Methods of Functional Analysis and Topology.—2003.—Vol. 9, № 4.—P. 357–364.
9. *Zaitov A. A.* Some categorical properties of functors O_τ and O_R of weakly addidtive functionals // Math. notes.—2006.—Vol. 79, № 5.—P. 632–642.
10. *Энгелькинг Р.* Общая топология.—М.: Мир, 1986.—752 с.
11. *Заитов А. А.* О продолжении слабо аддитивных функционалов // Докл. АН РУз.—2005.—Т. 5.—С. 3–7.
12. *Федорчук В. В.* О свойствах типа полноты пространств τ-аддитивных вероятностных мер // Вестник МГУ. Сер. 1. Мат-ка, мех-ка.—1998.—№ 5.—С. 19–22.
13. *Федорчук В. В.* Топологическая полнота пространств мер // Изв. РАН. Сер. Мат.—1999.—Т. 63, № 4.—С. 207–223.
14. *Zaitov A. A.* The functor of order-preserving functionals of finite degree // J. of Math. Sciences.—2006.—Vol. 133, № 5.—P. 1602–1603.—(Translated from Zapiski Nauchnykh Seminarov POMI.—2004.—Vol. 313.—P. 135–138.)
15. *Banakh T., Chigogidze A., Fedorchuk V.* On spaces of σ-additive probability measures // Topology and its Applications.—2003.—Vol. 133.—P. 139–155.

Статья поступила 27 октября 2008 г.

Жиемуратов Рзамурат Есбергенович
Институт математики АН РУз, *аспирант*
УЗБЕКИСТАН, 100125, г. Ташкент, Академгородок, ул. Ф. Ходжаева, 29
E-mail: rzamurat_25@mail.ru

Заитов Адилбек Атаханович
Институт математики АН РУз, *ст. науч. сотр.*
УЗБЕКИСТАН, 100125, г. Ташкент, Академгородок, ул. Ф. Ходжаева, 29
E-mail: adilbek_zaitov@mail.ru