

АКАДЕМИК СЕРГЕЙ ЛЬВОВИЧ СОБОЛЕВ¹
(К 95-летию со дня рождения)

Сергей Львович Соболев — один из крупнейших математиков XX века, внесший основополагающий вклад в современную науку. Он создал новые разделы математики, ввел в математический аппарат принципиально новые объекты, разработал мощные методы исследования, позволившие решить ряд сложных проблем, долго неподдававшихся анализу.

С. Л. Соболев сыграл важнейшую роль в формировании новых научных школ в нашей стране и за рубежом, в становлении и развитии ряда направлений прикладной математики.

Сергей Львович Соболев родился 6 октября 1908 г. в Петербурге в семье присяжного поверенного Льва Александровича Соболева. Дед Сергея Львовича со стороны отца был потомственным сибирским казаком.

Сергей Львович рано потерял отца и его воспитывала мать, Наталья Георгиевна, образованнейшая женщина, преподаватель литературы и истории. Наталья Георгиевна имела и вторую специальность: она закончила медицинский институт и работала доцентом 1-го Ленинградского медицинского института. Мать привила С. Л. Соболеву те принципиальность, честность и целеустремленность, которые характеризовали его как ученого и человека.

Программу средней школы Сергей Львович освоил самостоятельно, особенно увлекаясь математикой. В годы гражданской войны он вместе с матерью жил в Харькове. Переехав в 1923 г. из Харькова в Петроград, Сергей Львович поступил в последний класс 190-й школы.

В 1924 г. С. Л. Соболев окончил школу с отличием, но поступить в университет не смог по возрасту и стал учиться в Первой государственной художественной студии по классу фортепьяно.

В 1925 г. С. Л. Соболев поступил на физико-математический факультет Ленинградского университета, не прерывая занятий в художественной студии.

В ЛГУ С. Л. Соболев слушал лекции профессоров Н. М. Гюнтера, В. И. Смирнова, Г. М. Фихтенгольца и др. Под руководством Н. М. Гюнтера он написал дипломную работу об аналитических решениях системы дифференциальных уравнений с двумя независимыми переменными.

В 1929 г. после окончания университета Сергей Львович был принят в теоретический отдел Ленинградского сейсмологического института. В этот период в тесном сотрудничестве с В. И. Смирновым им решен ряд фундаментальных математических задач теории распространения волн.

В 1930 г. Сергей Львович опубликовал в Трудах Сейсмологического института работу о волновом уравнении в неоднородной среде. Здесь и в его последующих публикациях

¹Из книги «Сергей Львович Соболев (1908–1989). Биобиблиографический указатель. Изд. 2-ое. Ин-т математики им. С. Л. Соболева, Новосибирск, 2003.»

на ту же тему создан известный метод Соболева решения задачи Коши для гиперболических уравнений 2-го порядка. Многие важные решения волнового уравнения, например, однородные нулевой степени однородности решения, являются функционально-инвариантными. Отражения функционально-инвариантных решений от плоской границы при классических краевых условиях, вновь дают функционально-инвариантные решения.

Применяя новый метод, С. Л. Соболев совместно с В. И. Смирновым решил в явном виде знаменитую задачу Лэмба о нахождении смещения упругой полуплоскости под действием сосредоточенного импульса. С помощью принципа суперпозиции был решен также трехмерный осесимметрический случай задачи Лэмба.

С 1932 г. Сергей Львович работал в Математическом институте им. В. А. Стеклова в Ленинграде, а затем с 1934 г. — в Москве. В этот период он предложил новый метод решения задачи Коши для гиперболического уравнения с переменными коэффициентами, основанный на обобщении формулы Кирхгофа. Работы, связанные с гиперболическими уравнениями, привели Сергея Львовича к пересмотру классического понятия решения дифференциального уравнения.

Понятие обобщенного решения дифференциального уравнения рассматривалось и ранее. Однако именно в работах С. Л. Соболева впервые это понятие получило систематическое применение и глубокое развитие. Рассмотрение С. Л. Соболевым решений в пространствах функционалов ознаменовало начало теории обобщенных функций.

Сергей Львович в 1933–1935 гг. опубликовал цикл исследований по задаче Коши для гиперболических уравнений, в которых были установлены разрешимость и единственность решения задачи Коши в пространствах обобщенных функций. Эти работы сыграли важную роль в развитии современной теории дифференциальных уравнений в частных производных.

Понятие обобщенной производной привело к коренному пересмотру многих разделов математики, позволило решить ряд давно стоявших проблем и обновить многие прежние подходы и результаты. Новый аппарат и связанные с ним методы, получившие особенно бурное развитие в 50-е годы в работах Л. Шварца, И. М. Гельфанда и др., за короткий срок изменили облик и содержание многих разделов теории уравнений с частными производными. При этом роль признанного пионера приложений функционального анализа к математической физике по праву принадлежит С. Л. Соболеву.

Определив понятие обобщенной производной, С. Л. Соболев обогатил математику пространствами функций, обобщенные производные которых интегрируемы в некоторой фиксированной степени. Эти объекты теперь называют пространствами Соболева.

Пусть f и g — локально суммируемые функции, определенные в открытом подмножестве G пространства \mathbb{R}^n , а α — некоторый мультииндекс. Функция g называется обобщенной производной функции f в смысле С. Л. Соболева или слабой производной порядка α и обозначается $D^\alpha f$, если для всякой пробной функции φ , т. е. такой что носитель φ компактен и лежит в G и φ непрерывно дифференцируема $|\alpha| = \alpha_1 + \dots + \alpha_n$ раз в G , выполняется равенство

$$\int_G f(x) D^\alpha \varphi(x) dx = (-1)^{|\alpha|} \int_G g(x) \varphi(x) dx,$$

где $D^\alpha \varphi$ — классическая производная φ порядка α .

Векторное пространство W_p^l , составленное из (классов эквивалентных) локально суммируемых функций f на G , имеющих в G все обобщенные производные $D^\alpha f$ при $|\alpha| \leq l$

суммируемые в степени p , где $p \geq 1$, становится банаховым пространством относительно следующей нормы:

$$\|f\|_{W_p^l} = \left(\int_G |f|^p dx \right)^{1/p} + \sum_{|\alpha|=l} \left(\int_G |D^\alpha f|^p dx \right)^{1/p}.$$

Сергей Львович нашел общие критерии эквивалентности различных норм в W_p^l и показал, что именно в этих пространствах наиболее естественно ставить краевые задачи для эллиптических уравнений. Такой вывод базировался на глубоком изучении свойств введенных пространств, важнейшими из которых являются теоремы вложения. Суть классических теорем вложения, открытых Соболевым, состоит в оценке нормы оператора тождественного вложения, т. е. в поиске специальных неравенств между нормами одной и той же функции, рассматриваемой как элемент различных пространств.

Опираясь на теоремы вложения, С. Л. Соболев нашел корректную постановку краевых задач для эллиптических уравнений в многомерных областях при краевых условиях на многообразиях различных размерностей и доказал существование и единственность решений этих задач. Пространства функций с обобщенными производными и теоремы вложения для них стали классическим аппаратом современных математических исследований, принесся С. Л. Соболеву всемирную славу.

Сергей Львович Соболев был превосходным педагогом. Яркие лекции Сергея Львовича слушали студенты Ленинградского электротехнического института, Ленинградского, Московского и Новосибирского университетов. Эти лекции стали основой ряда популярных учебников и монографий, написанных С. Л. Соболевым. Влияние идей и методов Сергея Львовича столь велико, что многие ученые считают себя его последователями, хотя непосредственно у С. Л. Соболева никогда не учились.

Научные результаты Сергея Львовича принесли ему заслуженное и широкое признание. В 1933 г., в возрасте 24 лет, С. Л. Соболев избран членом-корреспондентом Академии наук, а в 1939 г. он стал ее действительным членом, долгое время оставаясь самым молодым академиком в стране.

Цикл работ С. Л. Соболева о почти-периодичности решений волнового уравнения положил начало большому направлению в теории дифференциальных уравнений в частных производных, связанному с изучением поведения решений краевых задач для нестационарных уравнений при больших значениях времени.

В сороковые годы С. Л. Соболев изучал системы дифференциальных уравнений, описывающие малые колебания вращающейся жидкости. С. Л. Соболев получил условия устойчивости вращающегося волчка с полостью, заполненной жидкостью, в зависимости от формы полости и ее параметров, разобрал подробно случаи цилиндрической полости и полости — эллипсоида вращения.

Эти исследования Сергея Львовича привели к возникновению нового направления в общей теории дифференциальных уравнений в частных производных, посвященного исследованию решений задачи Коши и краевых задач для уравнений и систем, не разрешенных относительно старших производных по времени.

Сергей Львович Соболев один из первых понял значение вычислительной математики и кибернетики. С 1952 по 1960 гг. С. Л. Соболев возглавлял первую в стране кафедру вычислительной математики МГУ, много лет играющую важную роль в развитии прикладной математики.

Еще в довоенные годы появились работы Сергея Львовича по оценкам сумм значений функций, заданных на сетке. В этих работах впервые рассматривались разностные

аналоги теорем вложения. Намеченное С. Л. Соболевым направление исследований получило существенное развитие и стало необходимым инструментом получения оценок для сеточных решений и погрешностей. Качественное исследование решений разностных уравнений и их устойчивости для многих классов сеточных задач сводится к изучению поведения соответствующих функций Грина. Сам Сергей Львович обнаружил тонкие оценки асимптотического поведения разностной функции Грина для уравнения Лапласа.

При изучении сходимости и устойчивости алгоритмов решения задач математической физики С. Л. Соболевым были введены некоторые полезные для теории приближенных методов понятия, в частности, понятие регулярного и нерегулярного замыканий вычислительного алгоритма. Если замыкание алгоритма регулярно, то имеются основания ожидать устойчивости алгоритма к различным возмущениям.

Эти исследования С. Л. Соболева стали одним из истоков общей теории вычислительных алгоритмов, связанной с абстрактным изучением приемов решения больших систем уравнений.

Сталкиваясь с прикладными проблемами, Сергей Львович широко использовал аппарат современных разделов теоретической математики. Характерно, что задачи вычислительной математики в его работах обычно ставятся в рамках функционального анализа. Стали крылатыми слова Сергея Львовича о том, что теорию вычислений сейчас так же невозможно представить без банаховых пространств, как и без электронных вычислительных машин.

Стоит особо выделить важную роль в становлении кибернетики и других новых направлений исследований, которую в пятидесятые годы сыграли публичные выступления С. Л. Соболева, открыто вставшего на защиту науки от идеологизированного мракобесия.

Работая много лет на посту главного заместителя директора Института атомной энергии, возглавляемого И. В. Курчатовым, Сергей Львович принимал непосредственное участие в решении важных прикладных задач, имеющих оборонное значение. В январе 1952 г. Сергей Львович Соболев был удостоен высшей награды страны: ему было присвоено звание Героя Социалистического Труда за исключительные заслуги перед государством.

Научная деятельность С. Л. Соболева была неотделима от его организаторской работы в науке.

В конце пятидесятых годов академики М. А. Лаврентьев, С. Л. Соболев и С. А. Христианович выступили с инициативой организации нового крупного научного центра — Сибирского отделения Академии наук. Для многих ученых СО АН первого призыва веским аргументом в принятии решения о переезде на работу в Новосибирск был пример Сергея Львовича, привлекательность его личности и его научный авторитет.

Сибирский период научной деятельности Сергея Львовича ознаменовался большими достижениями в теории кубатурных формул. Задача о приближенном интегрировании функций является одной из основных задач теории вычислений; эта задача необычайно трудоемка в вычислительном отношении для многомерных интегралов. Проблема оптимизации формул интегрирования в современном понимании выглядит как проблема нахождения минимума нормы функционала погрешности, заданного на некотором пространстве функций. Сергей Львович предложил оригинальные подходы к названной проблематике, ввел и изучил новые типы оптимальных кубатурных формул.

Невозможно переоценить роль Сергея Львовича в формировании Сибирской математической школы. Основатель Института математики Сибирского отделения и его дирек-

тор в течение четверти века, С. Л. Соболев внес решающий вклад в определение научной судьбы Института, который носит теперь его имя.

Научные и организаторские заслуги С. Л. Соболева получили высокую оценку в нашей стране и за рубежом. С. Л. Соболев был почетным доктором университета им. Гумбольда в Берлине, почетным доктором Карлова университета в Праге, почетным доктором Высшей школы архитектуры и строительства в Веймаре. С. Л. Соболев состоял иностранным членом Французской академии наук, иностранным членом Национальной академии деи Линчеи в Риме, иностранным членом Академии наук в Берлине, почетным членом Эдинбургского королевского общества, почетным членом Московского и Американского математических обществ. Заслуги С. Л. Соболева отмечены многочисленными государственными орденами и премиями. В 1988 г. ему присуждена высшая награда Российской Академии наук — Золотая медаль имени М. В. Ломоносова.

С. Л. Соболев скончался 3 января 1989 г. в Москве и похоронен на Новодевичьем кладбище. Его жизненный путь стал образцом служения науке и отечеству.