

## On some subgroup chains related to Kneser's theorem

par YAYHA OULD HAMIDOUNE, ORIOL SERRA\* et GILLES ZÉMOR

RÉSUMÉ. Un résultat récent de Balandraud démontre que pour toute partie  $S$  d'un groupe abélien  $G$ , il existe un sous-groupe  $H$  non-trivial tel que l'inégalité  $|TS| \leq |T| + |S| - 2$  n'a lieu que si  $H \subset \text{Stab}(TS)$ . On remarque que le théorème de Kneser n'implique que l'inégalité  $\{1\} \neq \text{Stab}(TS)$ .

Ce renforcement du théorème de Kneser se déduit des propriétés plaisantes d'un certain ensemble partiellement ordonné étudié par Balandraud. Nous considérons un ensemble partiellement ordonné analogue pour les groupes non forcément abéliens et à l'aide d'outils classiques de théorie additive des nombres, généralisons certains des résultats suscités. En particulier nous obtenons des démonstrations courtes des résultats de Balandraud dans le cas abélien.

ABSTRACT. A recent result of Balandraud shows that for every subset  $S$  of an abelian group  $G$  there exists a non trivial subgroup  $H$  such that  $|TS| \leq |T| + |S| - 2$  holds only if  $H \subset \text{Stab}(TS)$ . Notice that Kneser's Theorem only gives  $\{1\} \neq \text{Stab}(TS)$ .

This strong form of Kneser's theorem follows from some nice properties of a certain poset investigated by Balandraud. We consider an analogous poset for nonabelian groups and, by using classical tools from Additive Number Theory, extend some of the above results. In particular we obtain short proofs of Balandraud's results in the abelian case.

Yahya Ould HAMIDOUNE  
Université Pierre et Marie Curie, Paris 6  
Combinatoire et Optimisation - case 189  
4 place Jussieu 75252 Paris Cedex 05, France.  
E-mail : [yha@ccr.jussieu.fr](mailto:yha@ccr.jussieu.fr)

Oriol SERRA  
Universitat Politècnica de Catalunya  
Matemàtica Aplicada IV  
Campus Nord - Edif. C3

---

Manuscrit reçu le 28 mars 2007.

\*Supported by the Spanish research Council under project MTM2005-08990 and the Catalan Research Council under project 2005SGR00253

C. Jordi Girona, 1-3  
08034 Barcelona, Spain.  
*E-mail* : `oserra@ma4.upc.edu`

Gilles ZÉMOR  
Institut de Mathématiques de Bordeaux  
Université de Bordeaux 1  
351 cours de la Libération  
33405 Talence, France.  
*E-mail* : `zemor@math.u-bordeaux1.fr`