

## On the generalized principal ideal theorem of complex multiplication

par REINHARD SCHERTZ

*Dedicated to Michael Pohst on his 60th birthday*

RÉSUMÉ. Dans le  $p^n$ -ième corps cyclotomique  $\mathbb{Q}_{p^n}$ ,  $p$  un nombre premier,  $n \in \mathbb{N}$ , le premier  $p$  est totalement ramifié, l'idéal au dessus de  $p$  dans  $\mathbb{Q}_{p^n}$  étant engendré par  $\omega_n = \zeta_{p^n} - 1$  avec une racine primitive  $p^n$ -ième de l'unité  $\zeta_{p^n} = e^{\frac{2\pi i}{p^n}}$ . De plus ces nombres constituent un ensemble qui vérifie la relation de norme  $\mathbf{N}_{\mathbb{Q}_{p^{n+1}}/\mathbb{Q}_{p^n}}(\omega_{n+1}) = \omega_n$ . Le but de cet article est d'établir un résultat analogue pour les corps de classes de rayon  $K_{\mathfrak{p}^n}$  de conducteur  $\mathfrak{p}^n$  d'un corps quadratique imaginaire  $K$ , où  $\mathfrak{p}^n$  est une puissance d'un idéal premier dans  $K$ . Un tel résultat est obtenu en remplaçant la fonction exponentielle par une fonction elliptique convenable.

ABSTRACT. In the  $p^n$ -th cyclotomic field  $\mathbb{Q}_{p^n}$ ,  $p$  a prime number,  $n \in \mathbb{N}$ , the prime  $p$  is totally ramified and the only ideal above  $p$  is generated by  $\omega_n = \zeta_{p^n} - 1$ , with the primitive  $p^n$ -th root of unity  $\zeta_{p^n} = e^{\frac{2\pi i}{p^n}}$ . Moreover these numbers represent a norm coherent set, i.e.  $\mathbf{N}_{\mathbb{Q}_{p^{n+1}}/\mathbb{Q}_{p^n}}(\omega_{n+1}) = \omega_n$ . It is the aim of this article to establish a similar result for the ray class field  $K_{\mathfrak{p}^n}$  of conductor  $\mathfrak{p}^n$  over an imaginary quadratic number field  $K$  where  $\mathfrak{p}^n$  is the power of a prime ideal in  $K$ . Therefore the exponential function has to be replaced by a suitable elliptic function.

Reinhard SCHERTZ  
Institut für Mathematik der Universität Augsburg  
Universitätsstraße 8  
86159 Augsburg, Germany  
E-mail : Reinhard.Schertz@Math.Uni-Augsburg.DE