

On the ring of p -integers of a cyclic p -extension over a number field

par HUMIO ICHIMURA

RÉSUMÉ. Soit p un nombre premier. On dit qu'une extension finie, galoisienne, N/F d'un corps de nombres F , à groupe de Galois G , admet une base normale p -entière (p -NIB en abrégé) si \mathcal{O}'_N est libre de rang un sur l'anneau de groupe $\mathcal{O}'_F[G]$ où $\mathcal{O}'_F = \mathcal{O}_F[1/p]$ désigne l'anneau des p -entiers de F . Soit $m = p^e$ une puissance de p et N/F une extension cyclique de degré m . Lorsque $\zeta_m \in F^\times$, nous donnons une condition nécessaire et suffisante pour que N/F admette une p -NIB (Théorème 3). Lorsque $\zeta_m \notin F^\times$ et $p \nmid [F(\zeta_m) : F]$, nous montrons que N/F admet une p -NIB si et seulement si $N(\zeta_m)/F(\zeta_m)$ admet p -NIB (Théorème 1). Enfin, si p divise $[F(\zeta_m) : F]$, nous montrons que la propriété de descente n'est plus vraie en général (Théorème 2).

ABSTRACT. Let p be a prime number. A finite Galois extension N/F of a number field F with group G has a normal p -integral basis (p -NIB for short) when \mathcal{O}'_N is free of rank one over the group ring $\mathcal{O}'_F[G]$. Here, $\mathcal{O}'_F = \mathcal{O}_F[1/p]$ is the ring of p -integers of F . Let $m = p^e$ be a power of p and N/F a cyclic extension of degree m . When $\zeta_m \in F^\times$, we give a necessary and sufficient condition for N/F to have a p -NIB (Theorem 3). When $\zeta_m \notin F^\times$ and $p \nmid [F(\zeta_m) : F]$, we show that N/F has a p -NIB if and only if $N(\zeta_m)/F(\zeta_m)$ has a p -NIB (Theorem 1). When p divides $[F(\zeta_m) : F]$, we show that this descent property does not hold in general (Theorem 2).

Humio ICHIMURA
Faculty of Science
Ibaraki University
2-1-1, Bunkyo, Mito, Ibaraki, 310-8512 Japan
E-mail : hichimur@mx.ibaraki.ac.jp