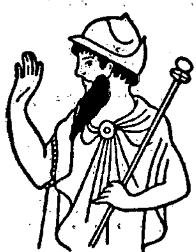
Annales

Économies Sociétés Civilisations

25e ANNÉE - No 3 MAI-JUIN 1970

Revue bimestrielle publiée avec le concours du C.N.R.S.



ARMAND COLIN

La théorie du hasard est-elle née par hasard ?

« Un problème relatif aux jeux de hasard, proposé à un austère janséniste par un homme du monde, a été l'origine du calcul des probabilités. »[1] Ce qu'a de piquant la rencontre de Pascal et du chevalier de Méré invite au mot d'esprit : on n'a pas manqué de la célébrer comme une heureuse chance. N'est-il pas merveilleux qu'un mathématicien de génie se soit trouvé là au bon moment pour répondre aux devinettes d'un joueur ? Et qu'il ait tiré parti de cette « occasion »[2] pour créer une nouvelle science ? Même Cournot, si sobre d'habitude, se laisse aller à faire un jeu de mots ; mais on sera peut-être encore plus surpris par les jugements dont il l'accompagne. S'il a fallu attendre Pascal pour que soit fondée la théorie mathématique du hasard, « ce retard même est un pur effet du hasard, puisque rien ne s'opposait à ce qu'un Grec de Cos ou d'Alexandrie eût pour les spéculations sur les chances le même goût que pour les spéculations sur le cône »[3]. Alors que l'invention du calcul infinitésimal ou de la mécanique rationnelle ne pouvaient « venir qu'à la suite d'une longue élaboration scientifique », l'esprit subtil des Grecs aurait très bien pu résoudre les problèmes qui avaient piqué la curiosité de Pascal et de Fermat[4].

Tout à l'inverse, on a pu dire récemment qu'il avait fallu attendre l'avènement de la moderne Théorie des Jeux pour que la découverte de Pascal apparaisse sous son véritable jour. L'ouvrage de Von Neumann et Morgenstern : *Theory of Games and Economic Behaviour* a marqué une date dans l'histoire des sciences humaines ; malgré les apparences, il ne s'agissait là ni d'une théorie particulière, ni même d'un instrument mathématique inédit offert aux seuls économistes ; conjointement avec les théories de la Décision Statistique fondées par Neyman et Wald, la théorie des jeux ouvrait la voie à une nouvelle manière d'aborder les problèmes, un nouveau mode de pensée ayant pour thème essentiel l'organisation rationnelle de l'action humaine. Depuis quelques années, la plupart des auteurs s'accordent pour situer soit la Cybernétique, soit la Recherche Opérationnelle dans la perspective d'une science de la conduite de l'action.

1. S.-D. Poisson, *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile*, Paris, Bachelier, 1837, p. 1.

2. « Les mathématiciens de notre temps ont commencé à estimer les hasards à l'occasion des jeux. Le chevalier de Méré... y donna occasion en formant des questions sur les partis... » (Leibniz, *Nouveaux Essais sur l'entendement humain*, Œuvres philosophiques, éd. P. Janet, Paris, 1866, t. I, p. 496).

3. A. A. Cournot, *Matérialisme, vitalisme, rationalisme. Études sur l'emploi des données de la science en philosophie*, Paris, Hachette, 1875, p. 315.

4. A. A. Cournot, *Considérations sur la marche des idées et des événements dans les temps modernes*, Paris, Boivin & Cie, Bibliothèque de Philosophie, 1934, t. I, pp. 234-235.

Il ne s'agit pas seulement de proposer un corps de recettes, mais de bâtir des modèles généraux, susceptibles de décrire adéquatement le comportement humain (lequel est toujours à quelque degré processus de décision et de choix), et pouvant ensuite servir de base à l'élaboration des décisions dans des situations complexes. Or, au moment même où il faisait connaître en France les perspectives nouvelles qu'ouvrait aux sciences sociales la théorie de la décision, G.-Th. Guilbaud en avait évoqué les dimensions séculaires : ce point de vue révolutionnaire était déjà celui auquel s'était placé Pascal[1]. Et une même inspiration avait guidé Jacques Bernoulli, Buffon, Condorcet..., et bien d'autres probabilistes qui avaient vu dans le calcul des probabilités l'instrument par excellence de la raison lorsqu'elle s'applique aux « affaires de la vie civile » et qu'elle doit aider les hommes à mieux choisir là où les embarrasse l'intervention du hasard. Ce qui avait jeté dans l'oubli ce courant de pensée, c'est que, au XIX[e] siècle, la Physique avait fait de ce calcul son bien exclusif, et que ceux qui s'en servaient, soit en sociologie, soit en économie politique le faisaient en physiciens. Si la théorie de la décision et les disciplines qu'elle inspire veulent renouer avec leur véritable tradition, elles doivent commencer par rendre hommage à leur véritable fondateur : Pascal[2]. *Le problème des partis*, poursuit G.-Th. Guilbaud, est un problème de décision : les règles du jeu ont prévu toutes les issues finales possibles ; on saura donc répartir les enjeux lorsque la partie sera terminée ; mais si on l'interrompt avant son terme, comment se fera le partage ? Il faut alors trancher un cas qui n'avait pas été explicitement prévu : donc prendre une décision. Pour ce faire, il faudra savoir mesurer les probabilités, mais cette connaissance n'est qu'un moyen au service de cette science que Jacques Bernoulli appellera la Stochastique. Chez ses fondateurs, le calcul des probabilités serait ainsi proche en esprit de la praxéologie contemporaine[3].

Mais qu'en dira l'historien qui sait, lui, à quelles méprises on peut être conduit lorsqu'on est trop prompt à projeter sur le passé ses propres préoccupations ? La généalogie dont se réclament ces nouveaux venus est-elle bien attestée ? En parti-

1. Dans deux articles fondamentaux : « Les problèmes de partage. Matériaux pour une enquête sur les algèbres et les arithmétiques de la répartition » (*Économie appliquée*, t. V, 1952, n° 1, janvier-mars, pp. 93-137) ; « Les théories de l'intérêt général et le problème logique de l'agrégation » (*Économie appliquée*, t. V, 1952, n° 4, octobre-décembre, pp. 501-584).

2. C'est ce que font effectivement, à la suite des articles de G.-Th. Guilbaud, tous les auteurs qui, ayant à parler de recherche opérationnelle, de cybernétique, de théorie des jeux, etc., jettent au préalable un coup d'œil sur le passé. Cf. par exemple : A. Kaufmann, R. Faure et A. Le Garff, *Les jeux d'entreprise*, Paris, P.U.F., 1960, p. 22 ; R. Faure, J. P. Boss et A. Le Garff, *La recherche opérationnelle*, Paris, P.U.F., 1961, p. 6 ; P. Rosenstiehl et J. Mothes (*Mathématiques de l'action*, Paris, Dunod, 1965, p. 275 sqq.), amorcent un exposé sur l' « espérance d'un aléa numérique » par une analyse de « la règle des partis de Pascal ».

3. G.-Th. Guilbaud, *op. cit.*

culier, peut-on à bon droit se réclamer de Pascal s'il n'a rencontré le problème des partis que de façon purement contingente ? et si le caractère « décisionnel » qu'on attribue à cette question particulière n'appartenait qu'à elle, et n'était dû, pour parler comme Cournot, qu'à un simple « hasard historique » ? Il en serait sans doute tout autrement si elle était au contraire un des signes les plus manifestes d'un vaste mouvement de pensée, bref, le reflet d'un moment historique. Aussi chercherons-nous à déterminer si ce qui n'est apparemment qu'un petit « problème », au sens où l'entendent les mathématiciens, ne s'inscrit pas en fait dans une problématique beaucoup plus large.

1. — Équité et sorts diviseurs

L'« *Usage du triangle arithmétique pour déterminer les partys qu'on doit faire entre deux joüeurs qui joüent en plusieurs parties* »[1] est un texte surprenant de jeunesse. Aucune considération étrangère ne vient troubler la rigueur de la démonstration ni même la sobriété de l'énoncé. Aucune remarque sur la portée de la découverte qui y est exposée et que Pascal lui-même avait qualifiée de « stupéfiante » dans l'« *Adresse à l'Académie Parisienne* ». Encore moins de dissertation sur la fortune, comme c'est le cas chez Cardan, un des prédécesseurs de Pascal. Tout, dans cet exposé, est nécessaire ; et rien de ce qui suffit pour venir à bout de la solution n'y est omis : loin de dissimuler sa méthode, Pascal la réduit à ses « principes ». En tête de sa démonstration, il formule même le cas « trivial », car dit-il, il faut « commencer par le commencement »[2] : c'est, à s'y méprendre, le ton de nos modernes bourbakistes. Et un souverain « à l'infiny »[3] achève de nous persuader qu'au fond, il importe peu qu'il soit question de partis et de joueurs : cet « Usage » illustre parmi d'autres la puissance de cette merveilleuse machine à penser qu'est le Triangle Arithmétique.

Dès lors, la manière dont traditionnellement on présente l'origine du calcul des probabilités ne surprendra pas. Puisqu'il s'agissait d'un problème bien défini, on a cherché et on a trouvé quelques précurseurs : ils avaient échoué. Pascal et Fermat ont fait ce qu'on attend des grands esprits : ils ont trouvé la solution. Ils l'ont même si bien fait qu'ils ont préservé leur problème de la curiosité des historiens ; ces derniers n'ont pas songé à lui attribuer d'autre fonction que d'avoir servi d'exercice, de prétexte.

Réduit ainsi à sa plus simple signification, il semble surgir de presque rien. « Hasard historique », dit Cournot. On ne se demandera pas ici s'il faut ajouter au crédit de la subtilité grecque une découverte qu'elle « aurait pu faire » ; rien, au demeurant, n'est plus difficile à réfuter que ce genre d'uchronie. Mais on admettra avec beaucoup plus de réticence que des problèmes géométriques et des problèmes faisant intervenir le hasard puissent être dits de difficulté égale : la difficulté n'est pas dans les deux cas de même nature. Il n'a pas fallu moins qu'une profonde modification de la Logique aristotélicienne pour que se développe l'analyse combina-

1. *Œuvres de Blaise Pascal*, publiées selon l'ordre chronologique..., par L. Brunschvicg, P. Boutroux et F. Gazier, 14 vol., Paris, 1908-1914 (Collection des Grands Écrivains de la France), t. 3 pp. 478-503. Pour désigner cette édition, nous utiliserons l'abréviation *G.E.*

2. *G.E.*, III, p. 482.

3. *G.E.*, III, p. 485.

toire[1], mais autrement profonde était la mutation mentale sans laquelle la possibilité même de mathématiser les jeux de hasard n'aurait pu se faire jour. Il n'est point besoin d'études ethnographiques savantes pour imaginer les obstacles auxquels pouvait se heurter cette mathématisation. Les mots « chance », « sort », « hasard »..., ont encore de nos jours une résonance trop particulière pour qu'il soit besoin d'insister sur ce point. Mais ce qu'on sait moins, c'est que la nature des jeux de hasard avait posé un problème très précis à la théologie chrétienne. Il était admis que, dans les Livres Saints, étaient attestés de très nombreux cas où Dieu avait exprimé sa volonté par l'intermédiaire du Sort ; il était donc possible et il pouvait être légitime de recourir à cette voie pour consulter Dieu ; la seule difficulté était de définir les cas licites. Ainsi saint Thomas distingue les sorts consultatifs, les sorts divinatoires, et les sorts diviseurs (*sortes divisoriæ*), ces derniers étant ceux auxquels on a recours pour décider à qui doit revenir telle chose, ou ce qu'on doit lui attribuer, possessions, honneurs ou dignités. En cas de nécessité, il est permis d'implorer, avec la révérence voulue, le jugement de Dieu, par la voie du sort. Si ces conditions ne sont pas remplies, il s'agit au contraire d'un péché grave, car c'est alors une manière de tenter Dieu. Or c'est en vertu de cet interdit que les « jeux de sort », selon une doctrine qui aura encore des adeptes au XVIII^e^ siècle, seront violemment condamnés : ils sont mauvais par nature, car ils « profanent le Sort ».

Pour qu'il fût possible de spéculer en mathématicien sur les jeux de hasard, il fallait donc qu'ils aient, au préalable, quitté la sphère du sacré pour le cercle des affaires purement humaines. Ils n'en tombaient pas moins alors sous le coup d'un autre genre de condamnation, qui, elle, nous intéresse directement, dans la mesure où Pascal parle des jeux en termes de conventions. Les jeux de hasard, diront de très nombreux théologiens et juristes, sont des conventions illicites, car l'argent gagné au jeu l'est sans aucune cause légitime, c'est un profit condamnable au même titre que l'usure : « Tellement que quiconque prent & retient l'argent d'un autre pour l'avoir gagné au jeu, le retient sans aucune cause légitime, & partant l'a en mauvaise conscience & a vrayment dire en est un pur larron... »[2]. « Nous avons ainsi convenu, me direz vous ? Cela est bon pour monstrer que celuy qui gaigne ne fait pas tort aux autres mais il ne s'ensuit pas que la convention ne soit déraisonnable, & le jeu aussi : car le gain qui doit estre le prix de l'industrie est rendu le prix du sort, qui ne mérite nul prix, puis qu'il ne depend nullement de nous. »[3] Les casuistes soutiendront le contraire. Parler du jeu de quelque manière que ce fût, c'était donc toucher à une question très controversée. Dans l'apostrophe suivante qu'adresse à Pascal, l'abbé de Villars, l'accusation est plus perfide qu'il ne semble, car elle est en fait très précise : « Mais j'avois oui dire que vous estiez si grand ennemi des Casuistes relâchez : *d'où vient que non seulement vous ne condamnez pas le jeu*, mais que vous voulez faire dépendre la Religion & la Divinité du jeu de croix et de pile. »[4]

1. « Le calcul des combinaisons est significatif pour la science mathématique du XVII^e^ siècle ; il exige la légitimation d'un calcul des relations comme un calcul des objets, et en conséquence un triomphe sur la logique antique qui n'accepte rien que sujets et prédicats. » (Joachim-Otto FLECKENSTEIN, « Petrus Ramus et l'Humanisme balois », in *La science au seizième siècle*, Colloque de Royaumont, juillet 1957, Paris, Hermann, Coll. « Histoire de la Pensée », 1960, p. 120).

2. Lambert DANEAU, *Brieve remonstrance sur les jeux de sort ou de hazard, et principalement de dés et de cartes*..., s.l., impr. de P. Prunier, 1591, pp. 9-10.

3. Saint FRANÇOIS DE SALES, *Introduction à la vie dévote* (Troisième partie, ch. 32, « Des jeux deffendus »), Paris, M. Henault, 1628, pp. 443-444.

4. VILLARS (abbé de), *De la Délicatesse*, Paris, chez Claude Barbin, 1671, p. 352.

Nous n'avons pas à nous soucier ici de l'aspect moral du problème ; mais ne se pourrait-il pas que la « loi volontaire » dont parle Pascal, soit conceptuellement assez proche de conventions qui, selon les casuistes, relevaient du Droit Naturel ?

A considérer d'assez haut une évolution pleine de détours, on peut dire que la licéité des jeux de hasard fut établie grâce à une double opération : d'une part, les sorts diviseurs se virent complètement dissociés des autres types de sort, et tout caractère surnaturel leur fut ôté ; et d'autre part, c'est à eux seuls qu'on s'efforça de rattacher les jeux de hasard.

Saint Thomas avait déjà signalé en passant le cas où, lorsqu'on use de sorts diviseurs, ce n'est pas de Dieu qu'on attend le résultat, mais simplement du hasard. Il ne condamne pas un tel usage, mais le soupçon qu'il laisse planer sur lui, en disant qu'il n'y a peut-être pas d'autre mal à cela que « peut-être d'agir en vain »[1], fera que des moralistes rigoureux vont — jusqu'au XVIII[e] siècle — en tirer argument contre les jeux de hasard. Tout au contraire, les casuistes vont tirer le plus grand parti de la possibilité qu'avait laissé entrevoir saint Thomas : s'en remettre au sort, est parfois le moyen le plus naturel de procéder à un partage ; ils dénombreront les cas où, dans la vie de tous les jours aussi bien que dans les institutions politiques, il est effectivement d'usage de procéder de cette façon ; en mettant en relief le caractère impartial des décisions ainsi obtenues, ils iront même plus loin[2] : bien user des sorts diviseurs, c'est mettre en pratique une vertu morale. Un texte de saint Augustin leur sert ici de garant, texte que saint Thomas avait cité pour légitimer des cas où il est permis d'implorer le jugement de Dieu, mais qu'ils entendront tout différemment[2] : ils en retiendront l'idée qu'en certaines occasions, recourir au sort, c'est exercer la vertu de justice. Il s'agit d'un passage du *De Doctrina christiana.* Nous devons certes, dit saint Augustin, un égal amour à tous les hommes, mais il nous est impossible de leur faire du bien à tous ; aussi faut-il surtout nous employer pour les personnes qui, selon les contingences de temps ou de lieu, nous sont plus étroitement unies, « comme par un choix du sort ». « Supposons, par exemple, que tu aies une chose en superflu. Il faudrait la donner à qui n'en a pas. Mais tu ne peux la donner à deux. Or si deux personnes se présentent dont aucune ne l'emporte sur l'autre, soit par le besoin, soit par un lien d'amitié avec toi, feras-tu rien de plus juste, que de choisir par le sort, celle des deux à qui tu dois donner ce que tu ne peux donner à l'une et à l'autre. »[3] « Nihil justius faceres quam ut sorte legeres... » Sans doute ce procédé n'est juste que dans des conditions bien déterminées : ainsi, des élections ne pourront être effectuées par un tirage au sort qu'entre des personnes dont le mérite a été au préalable reconnu égal. Il n'en reste pas moins qu'un renversement significatif s'est opéré ici en faveur des sorts diviseurs : non seulement ils sont considérés, selon une expression qu'utilisera plus tard La Placette, comme

1. Saint Thomas vient de dire, après avoir écarté l'influence des astres, que le résultat du sort ne peut être attendu que du hasard ou d'une influence spirituelle qui en dirige le cours : « Et si quidem ex fortuna, quod locum habere potest solum in divisoria sorte, non videtur habere nisi forte vitium vanitatis : sicut si aliqui non valentes aliquid concorditer dividere, velint sortibus ad divisionem uti, quasi fortunæ exponentes qui quam partem accipiat ». (*Somme Théologique. La Religion*, tome deuxième, 2a-2ae, questions 88-100, traduction française par I. Mennessier, Desclée & Cie, Paris, Tournai, Rome, 1953, pp. 238-239.)

2. *Op. cit.*, p. 242.

3. *De Doctrina christiana.* L. I, chap. XXVIII, 29 (*Œuvres de saint Augustin*, 11, 1[re] série, Opuscules 11. Le Magistère chrétien. Texte de l'édition bénédictine, traduction et notes de M. le chanoine G. Combès et de M. l'abbé Farges, Paris, Desclée de Brouwer, 1949, pp. 215-216).

des « sorts naturels », ou des « sorts humains », mais ils servent de fondement à des conventions équitables.

C'est de ce même renversement que bénéficieront les jeux de hasard lorsqu'on les classera sous la rubrique de tels sorts diviseurs. Cette nouvelle classification ne se réduisait pas elle-même à un pur changement d'étiquette : elle ne présuppose rien moins qu'une nouvelle conception du contrat et de la propriété. Il fallait faire admettre qu'il est permis, selon le droit naturel, d'exposer un bien au hasard, et que le transfert de propriété qui a pour seule cause l'arrivée d'un événement fortuit a un fondement juridique solide. C'est en déplaçant la question vers le caractère équitable de ces conventions particulières propres aux jeux, que les casuistes vont justifier ces thèses. Il est établi que du point de vue moral, un des caractères essentiels auxquels doit répondre un jeu, quel qu'il soit, est que les joueurs doivent être dans des « conditions égales ». Cette égalité est commandée par la justice ; or cette restriction peut, aux yeux de ceux qui croient que le fondement d'un contrat réside dans la volonté des contractants, servir de base à une justification ; aucune raison ne s'oppose, du point de vue du droit naturel, à une convention équitable où se balancent risques et avantages.

« Primum ex forma non vitiatur jure naturæ : nam praeterquam quod posset uterque ludentium gratis donare, illa non est simplex donatio ; sed quaedam pactio, Do ut Des : nempe meam pecuniam periculo expono, ut tu vicissim exponas tuam. Et tanti aestimatur periculum unius, quanti alterius. »[1] Ce texte — dont nous aurons plus loin l'occasion de citer la suite — nous semble aussi remarquable par sa date (1559) que par la netteté avec laquelle il pose cette thèse qui servira de base aux casuistes et sera intégrée dans le Droit civil : les jeux de hasard constituent une espèce de ce qu'on appellera plus tard *les contrats aléatoires* ; ils reposent sur des conventions volontaires d'après lesquelles la possession du bien dépend du résultat incertain de la fortune, et qui, pour être légitimes, doivent répondre à certaines conditions d'équité.

« Mais, comme c'est une loi volontaire, ils peuvent la rompre de gré à gré... » ; « l'argent que les joueurs ont mis au jeu ne leur appartient plus... ». Pour aussi cursives qu'elles soient, les remarques que nous venons de faire, ne donnent-elles pas à ces phrases de Pascal une résonance toute particulière ? Sans doute, Pascal ne pose-t-il pas le problème de la licéité des jeux de hasard : ce problème est naturellement mis entre parenthèses, du fait que l'activité de jeu se propose à lui, mathématicien, comme un objet de réflexion, un donné sur lequel il n'a pas à porter de jugement de valeur. Mais la neutralité scientifique rencontre ici d'autres limites : cette activité ne peut être réduite d'emblée en termes purement mathématiques. Or il se trouve que pour formuler son problème, Pascal emploie des expressions, utilise des notions, qui sont celles-là mêmes qui avaient été exploitées, et certaines même créées, par ceux qui avaient cherché à prouver que les jeux de hasard étaient des conventions sur lesquelles devait régner la justice. On pressent dès lors les prolongements que l'on pourrait donner à cette remarque faite par Alexandre Koyré au Congrès de Royaumont de 1954 : « Dans la question des partis intervient la question du droit du joueur à l'enjeu. Fermat était un juriste et Pascal vivait dans un entourage de juristes et je pense que ce fait les a rendus plus sensibles à cet aspect du problème

1. Domingo de Soto, *Libri decem de justitia et jure...*, Lugduni, apud hæredes J. Junctæ, 1559, p. 230. Pour Molina qui reprendra ce thème, les jeux de hasard font intervenir, non pas une, mais deux vertus morales : la justice et l'eutrapélie. (*De Justitia et Jure*, Moguntiæ, 1614, t. 2, 1163 D).

dans lequel Galilée n'a vu qu'un simple problème de combinatoire. »[1] Qu'on nous entende bien : il ne s'agit pas d'interpréter brutalement en termes d'influences le rapprochement que nous venons de faire entre le langage de certains juristes (ce mot fera moins peur et sera au demeurant, plus juste que celui de casuistes...) et celui de Pascal. On peut en tout cas affirmer que de part et d'autre, les concepts sous lesquels sont subsumés les jeux de hasard sont identiques. Bien plus : les moralistes qui essayaient de déterminer les conditions que doit remplir un jeu pour être équitable, se situaient par-delà les convoitises et les antagonismes des joueurs ; le mathématicien qui veut calculer la « distribution juste » ne fait que reprendre avec plus de rigueur la même attitude : il est l'arbitre.

2. — *Le droit et les événements casuels*

Après en avoir examiné l'aspect contractuel, tournons-nous maintenant vers le second élément des sorts diviseurs et des jeux de hasard : la « fortune ». Ce qu'elle décide ne relève d'aucune volonté particulière de Dieu, et elle n'a rien de commun avec la déesse Fortune qui eut sous de multiples formes, tant d'adorateurs au temps de la Renaissance. Elle ne distingue pas des individus qui seraient par essence plus « heureux » que d'autres. Si les conventions qu'on fait reposer sur ses résultats sont justes, c'est précisément parce qu'elle est indifférente. Elle se caractérise par son incertitude[2]. Elle ne diffère donc en rien de ce que les logiciens appellent précisément « fortune » : il n'y a aucune différence de nature entre les événements qui se produisent au cours d'un jeu de hasard et ce qu'on appelle plus généralement les événements contingents. Ce rapprochement nous semble d'autant plus intéressant qu'il s'effectue chez nos auteurs sans référence à une réflexion sur la nature des instruments aléatoires[3] : les deux domaines ont ceci de commun que l'homme doit s'y accommoder du même type d'incertitude. Aussi, pour lever les accusations portées contre les jeux de hasard, suffira-t-il de citer des cas où intervient la fortune, et qui pourtant ne sont pas condamnés. Les docteurs s'accordent à trouver licites les contrats d'assurance ; qu'ils soient logiques avec eux-mêmes ![4] Un signe tout matériel nous apprend comment, sous la catégorie de l'incertain, les jeux de hasard étaient venus se juxtaposer à d'autres activités humaines où l'*aléa* au sens strict n'avait pas sa place. Dans les traités *De Justitia et Jure*, les chapitres sur les paris, les jeux de hasard, les contrats d'assurance, les rentes viagères, se trouvent souvent les uns à la suite des autres.

1. Au cours de la discussion faisant suite à sa conférence sur « Pascal savant » (in *Blaise Pascal, L'homme et l'œuvre*, Cahiers de Royaumont, Philosophie n° 1, Les Éditions de Minuit, 1956, p. 291).

2. Voici la suite du texte de Soto que nous avons cité plus haut : « Neque vero condemnanda est : quia res ancipiti fortunæ committitur, hoc est eventui, cujus causa nescitur nisi a Deo : hoc enim modo nihil absurdi sonat inter Christianos fortunæ nomen. » *(Loc. cit.)*. Dans l'*Adresse* à l'*Académie Parisienne*, Pascal emploie la même expression d'*anceps fortuna*, et écrit plus loin : « Ambiguae enim sortis eventus fortuitæ contingentiæ potius quam naturali necessitati meritô tribuuntur. » (*G.E.*, III, p. 307.)

3. Comme ce sera le cas des auteurs de la deuxième moitié du XVII^e^ siècle qui justifieront le même rapprochement en considérant le dé comme un objet physique, soumis en tant que tel aux lois générales de la Nature.

4. « Enimvero multa sunt alia humana negotia licita quæ dubiæ illi varietati committuntur... Et... contractus assecurationis maritimarum mercium uno Doctorum consensu tanquam licitus habetur, in quo tamen plurimum dominatur humano loquendi more fortuna » (SOTO : *loc. cit.*).

Transportons-nous maintenant par la pensée au début du XVIII^e^ siècle, et ouvrons la *Dissertatio inauguralis mathematico-juridica de usu artis conjectandi in jure*, publiée en 1709 par Nicolas Bernouilli : nous y trouvons des rubriques semblables. Dira-t-on, comme on le fait couramment, qu'il a « appliqué » le nouvel art à des matières juridiques ? Ne serait-il pas plus exact de dire que si cette application a été possible, et si elle s'est présentée naturellement à l'esprit de Leibniz, Montmort, Jacques Bernoulli..., c'est que les juristes leur avaient préparé de longue date la voie ?

Leibniz a proclamé que c'est chez les jurisconsultes qu'il avait trouvé des modèles de Logique en ce qui concernait les questions contingentes[1]. Dans le *De Conditionibus*, publié en 1665, il avait en quelque sorte formalisé la théorie juridique de la « condition », et, avant même d'avoir acquis une formation mathématique, il avait à cette occasion, entrevu les principes du calcul des probabilités[2]. Cet exemple illustre permet déjà de penser que la réflexion juridique avait procédé à une conceptualisation des situations d'incertitude. Le contraire serait surprenant : l'entreprise gigantesque de codification que représente le droit romain ne pouvait pas ne pas les avoir rencontrées. Il suffirait d'être attentifs aux mots pour y trouver des règles, des principes, des concepts qui se rapportent à des problèmes analogues à ceux que rencontrera l'art de conjecturer. Ainsi la « *conditio* » qui est un événement futur pour lequel il y a incertitude *an* et *quando* ; le « *periculum* », les différentes sortes de « *spes* », le principe « Commodum esse debet cujus periculum... »[3]. Or, du fait d'une évolution aussi bien économique qu'idéologique, ce sont précisément certaines de ces notions qui vont, déjà au Moyen Age, mais surtout à la Renaissance, prendre une place de plus en plus importante. Ainsi, la notion de risque est au centre même des discussions sur l'usure. Assez tôt, on avait admis que dans un contrat de société celui qui confie une somme d'argent à un marchand (sans lui en céder la propriété, de sorte qu'il participe à l'entreprise à ses risques et périls), a le droit de réclamer une part du bénéfice. « Ce risque, *periculum sortis*, qui est pris de plus en plus en considération à mesure qu'on comprend mieux les mécanismes économiques et monétaires fournit alors la base de la doctrine de l'Église vis-à-vis du commerce et de la banque. Il suffit qu'il y ait doute sur l'issue d'une opération — *ratio incertitudinis* — et l'Église reconnaît que cela peut être le propre de l'activité du marchand, pour que la perception d'un intérêt soit justifié. »[4]. A vrai dire, il faudra bien du temps et bien des détours pour que soient admises comme non usuraires certaines pratiques ; l'on sait à quelles argumentations tortueuses se livreront les casuistes pour légitimer des contrats réprouvés par la doctrine traditionnelle : elles ont été violemment stigmatisées dans les *Provinciales*. Mais précisément, faut-il ne voir dans la casuistique qu'une œuvre diabolique destinée à favoriser l'esprit de lucre ? Dans de nombreux domaines, sa tâche fut en fait de codifier des situations nouvelles. L'« aventure » avait pris de plus

1. Cf. Louis COUTURAT, *La Logique de Leibniz d'après des documents inédits*, Paris, Alcan, 1901, p. 241.

2. *Op. cit.*, note V, pp. 552-554.

3. Il faut croire que la leçon de Leibniz était tout à fait tombée dans l'oubli. C'est un économiste, déplorant que les purs juristes n'aient aucune formation probabiliste, qui, récemment, les conviait à relire le Digeste : H. Guitton en extrait deux textes où sont discutées des difficultés relatives à des événements incertains : le cas d'un père qui meurt en laissant un fils unique et une femme enceinte, et en second lieu, la vente d'un produit futur. (« Le droit romain en face de l'aléa », *Revue Française de Recherche Opérationnelle*, 7^e^ année, 2^e^ trimestre 1963, n° 27, pp. 194-195.)

4. Jacques LE GOFF, *Marchands et banquiers au Moyen Age*, Paris, P.U.F., Collection « Que sais-je ? », n° 699, 1962, p. 78.

en plus d'importance avec le développement du grand commerce ; les techniques financières, avec en particulier l'extension de la lettre de change, s'étaient perfectionnées ; alors que les scolastiques refusaient d'admettre que la durée ait une influence économique pouvant fonder une différence de prix, il était manifeste, le volume et la complexité des échanges s'étant très nettement accrus, qu'on pouvait tirer profit de la différence des temps et des lieux. Pour assigner des règles à ces opérations d'un nouveau type, la théorie des contrats devait s'assouplir et tenir compte du rôle de plus en plus grand des éléments « casuels ». Si l'on songe que la passion du jeu est « un des comportements collectifs typiques de cette époque », on pourra se demander avec P. Jeannin, si elle ne nous indique pas un trait significatif de la mentalité du marchand du XVI[e] siècle : « Le développement de la spéculation trop souvent présenté comme un trait de modernité, se rattache en fait à la présence du hasard, du jeu, au cœur même des affaires, sous des formes que le XVI[e] siècle hérite du Moyen Age. »[1] Par ailleurs, l'incertitude des communications, les « périls et fortunes de mer » vont susciter des institutions destinées à réduire la dépendance de l'homme « à l'égard des aléas du monde ». Ainsi les contrats d'assurance vont se répandre, concurremment au système, beaucoup plus ancien, du prêt à la grande aventure. « Introduction, en somme, au sein du hasard d'un élément de plus grande rationalité. »[2] Nous ajouterons pour notre part que cette rationalité va se manifester dans une comptabilisation originale : celle qui concerne l'évaluation des « risques » et des « espérances ». Ainsi, pour déterminer la manière dont les contractants qui forment une Société doivent se partager les bénéfices[3], il sera nécessaire de distinguer les différents types de contrat selon les risques courus soit par celui qui apporte le travail ou la peine, soit par celui qui apporte le Capital, et établir les règles selon lesquelles doivent se combiner ces différents éléments[4]. Avec ces problèmes de partage, nous ne sommes pas loin du problème des partis.

Dès maintenant, s'esquisse autour de ce dernier problème ce qu'on peut à bon droit, nous semble-t-il, considérer comme son véritable contexte. Avant même que Pascal ait eu à en traiter, s'était constitué un champ notionnel bien défini dont le thème constitutif était : l'homme face à l'incertain. Et corrélativement, s'ébauchaient des méthodes plus efficaces d'organisation, une compabilité d'un nouveau genre qui appelait en quelque sorte un calcul plus élaboré.

1. Pierre JEANNIN, *Les Marchands au XVI[e] siècle*, Éditions du Seuil, 1963, p. 127.

2. *Op. cit.*, p. 131.

3. Nous aurons l'occasion de citer plus loin un texte de Lessius relatif à cette question.

4. Ces règles devaient servir de base pour *calculer* effectivement selon des proportions justes, les parts revenant à chacun. La volonté de satisfaire le mieux possible les exigences de la justice distributive conduit naturellement l'esprit à s'affranchir de principes trop simples. Notons à ce propos une remarque de Grotius — qui se retrouve chez d'autres auteurs — et qui concerne un problème analogue à celui des partis : comment procéder à un partage dans un cas qui n'a pas été explicitement prévu par la convention ? « Les Jurisconsultes disent que quand on n'a point déterminé la portion que doit avoir chaque Associé, ils sont censez être convenus de partager également. Cela n'est vrai que quand ils ont également contribué au fonds commun » (GROTIUS, *Le Droit de la guerre et de la paix*, édité par Jean Barbeyrac, Amsterdam, P. de Coup, 1724, t. I, p. 438). Pour justifier la même thèse, Étienne Pasquier « fait marcher la société contractuelle, en sa petitesse, sur le pied de la société universelle, en sa grandeur », et applique à la première la distinction des deux justices commutative et distributive, que tout le monde admet pour la seconde. (*L'interprétation des Institutes de Justinian*, publié par M. le duc PASQUIER, Paris, 1847, Livre III, ch. LXI.)

3. — *Avenir défuturisé et science de l'action*

Mais qu'avons-nous gagné en fait à établir ce contexte ? Chacun sait que les sciences prennent germe dans un état préscientifique où une intelligence à courte vue était encore à l'école, et résolvait à tâtons, dans une perspective utilitaire, des problèmes particuliers. Mais pour être géomètre, le géomètre doit oublier qu'il a été arpenteur. Le probabiliste et le statisticien sérieux ne doivent-ils pas de la même façon quitter la table de jeux ?

Si le calcul des probabilités ne trouve sa forme vraiment positive que dans « l'analyse statistique », s'il ne s'accomplit qu'avec les progrès de la mécanique statistique, alors le caractère « pratique » de ses origines est une tare qu'il faut de toute force effacer. C'est exactement ce qu'affirme Brunschvicg, avec la plus grande vigueur dans *l'Expérience humaine et la causalité physique* : « le calcul des probabilités est entré dans l'âge positif le jour où s'est fait le départ entre les méthodes générales de relations qui caractérisent ce calcul et le caractère particulier, je dirais volontiers pittoresque, des problèmes auxquels ces méthodes avaient d'abord été appliquées »[1]. Pascal n'avait fait qu'ouvrir la voie, en évitant de spéculer sur l'événement unique, la probabilité singulière. Bien « plus hardie au point de vue philosophique, et plus féconde dans les résultats » est la démarche de Jean de Witt, appliquant la discipline nouvelle aux données de l'expérience[2]. Et bien que tout indice véritable de positivité fît défaut à ses spéculations, Daniel Bernoulli, avec son *Hydrodynamica, seu de viribus et motibus fluidorum commentarii*, annonçait le temps où les méthodes statistiques, intimement liées à une expérimentation véritable, serviraient de fondement à une nouvelle forme de la Physique Mathématique[3]. Et reprochant à A. Comte de n'avoir pas su délimiter les caractères positifs du calcul des probabilités, Brunschvicg lui accorde cependant une excuse : au début du XIX[e] siècle, « cette théorie, dans l'état où elle était encore, pouvait apparaître comme le type de ces exercices purement spéculatifs qui n'ont d'autre résultat que de retarder ou d'entraver la réforme dans la philosophie de la physique »[4].

Exemple à méditer pour l'historien des sciences : au nom d'une « philosophie », tout un ensemble de recherches — tout le courant de pensée dont se réclame la théorie de la décision — est mis au pilori. Il ne nous appartient pas de nous prononcer sur le point de vue général au nom duquel Brunschvicg sépare le bon grain de l'ivraie ; mais le sens véritable de la méthode pascalienne ne lui aura-t-il pas, du coup, échappé ? De fait, ce qui lui semble essentiel dans cette méthode, c'est que l'avenir y apparaît « comme *défuturisé*, le hasard comme *déprobabilisé* »[5]. Si la partie avait poursuivi son cours normal, on aurait vu « le hasard à l'œuvre dans le sens du *plus* ou *moins* probable », il y aurait eu des gagnants et des perdants. Par contre, pour répartir les enjeux quand la partie a été interrompue, il faut ne retenir du hasard que l'idée

1. *L'expérience humaine et la causalité physique*, Paris, P.U.F., 1949, p. 358.

2. *Op. cit.*, p. 355.

3. *Op. cit.*, p. 359.

4. *Op. cit.*, p. 359. S'accordait encore ici avec Comte, Brunschvicg rejette explicitement la possibilité d'une théorie de la décision : « A. Comte a également raison de penser que dans la conduite de la vie, les conditions de l'action sont rarement assez bien définies pour nous permettre d'asseoir notre décision sur une supputation précise. » (*Op. cit.*, p. 354.)

5. *Op. cit.*, p. 355.

abstraite et intemporelle. « On ne spécule donc plus sur l'avenir ; on supprime l'avenir en le rabattant en quelque sorte sur le plan du présent ; le coefficient d'incertitude qui s'attache au hasard du jeu, transformé en une espèce de matière inerte et fixe, devient l'objet d'un calcul certain, qui coupe court à toute espérance comme à toute crainte de la part de chaque joueur, à toute contestation entre les adversaires. »[1] A première vue, l'analyse est irréprochable. Lorsqu'on dénombre les différentes possibilités et qu'on se représente ce qui pourrait arriver, il est vrai qu'on « défuturise » l'avenir. L'ambition de l'arbitre qui doit fixer les partis est bien, par ailleurs, de fonder sa réponse sur un calcul certain. Si l'on entend par là que les joueurs vont effectivement s'approprier la somme qu'on leur attribue, on admettra aussi qu'il coupe court à leurs espérances et à leurs craintes. Mais à s'attarder sur le moment du partage, on oublie la clause fondamentale qui en fait l'équité : « ... le reglement de ce qui doit leur appartenir doit estre tellement proportionné à ce qu'ils avaient droit d'espérer de la fortune, que chacun d'eux trouve entièrement égal de prendre ce qu'on luy assigne ou de continuer l'aventure du jeu... »[2] Cette proportion une fois établie, un troisième joueur pourra, en toute équité, remplacer en cours de partie un de nos deux joueurs, en achetant au juste prix son « droit d'espérer ». Celui qui quitte la partie n'a plus à espérer ni à craindre, mais il n'en va plus de même pour son remplaçant... Ce n'est donc pas dans la « défuturisation » de l'avenir que réside le point essentiel de la méthode. Une fois qu'il dispose de la règle des partis, l'arbitre peut changer de fonction. Il peut troquer son rôle de Salomon pour celui de Conseiller du Prince : au joueur qui se trouve devant un avenir incertain, il peut prescrire la meilleure conduite. La règle des partis est en même temps *une règle des paris*.

Les successeurs de Pascal l'ont si bien vu que cette dernière expression leur vient naturellement sous la plume[3]. Mais point n'est besoin de chercher ailleurs que chez Pascal lui-même la féconde ambiguïté du mot « parti » qui signifie à la fois « partage » et « choix ». Et que la règle des partis soit une règle des paris, cela est dit en toutes lettres dans les *Pensées* ; Pascal va même plus loin, il lui prête une valeur normative plus forte : elle peut non seulement guider celui qui a à prendre un parti, elle démontre qu'on doit travailler pour l'incertain : « Saint Augustin a vu qu'on travaille pour l'incertain sur mer, en bataille, etc., mais il n'a pas vu la règle des partis qui démontre qu'on le doit. »[4] Le ton est celui d'un maître qui connaît la « raison de l'effet ». On pourrait s'y laisser prendre, et, revenant à l'interprétation donnée plus haut par Brunschvicg, mettre uniquement l'accent sur le « démontre » et oublier le « doit ». C'est ce que fait, entre autres, J. Guitton : « Dans la *Geometria aleae*, Pascal ne voit pas le moyen de constituer une logique de l'incertain pouvant aider l'esprit à se décider en matière concrète, en étendant du présent à l'avenir la zone de nos informations, mais au contraire, un procédé pour détruire toute pro-

1. *Op. cit.*, p. 355.

2. PASCAL, *G.E.*, III, p. 478.

3. Le chevalier de Méré « donna les premières ouvertures sur l'estime des paris » (LEIBNIZ, *Phil. Schriften*, éd. Gerhardt, p. 570). Lorsque Montmort « emmena Nicolas Bernoulli chez lui à sa campagne » leur « combat continuel de problèmes » avait pour objet d' « estimer les hasards, de *régler les paris...* ». (FONTENELLE, *Œuvres*, Paris, chez Jean-François Bastien et Jean Servière, Paris, 1792, t. 7, « Éloge de Montmort », p. 52.)

4. PASCAL, *Pensées* (Br. 234, La 577). Cf. également : « Or quand on travaille pour demain et pour l'incertain on agit avec raison, car on doit travailler pour l'incertain par la règle des partis qui est démontrée » (Br. 234, La 577).

babilité concrète, en atteignant d'emblée la certitude apodictique »[1]. On voit bien comment on peut être conduit à ne retenir dans la méthode pascalienne que le triomphe de la certitude. Sur quel ton péremptoire Pascal n'a-t-il pas affirmé que cela est « démonstratif » ! Il laisse éclater son enthousiasme de champion de la rectitude géométrique lorsqu'il proclame la victoire de la Raison sur la Fortune : « Eam quippe tantâ securitate in artem per Geometriam reduximus, ut certitudinis ejus particeps facta, jam audacter prodeat. »[2] Rapprochant ceci de l'aversion que l'auteur des *Provinciales* éprouvait à l'égard des probabilistes, on le déclarera « antiprobabiliste » : dès qu'il rencontrait un grain de probabilité, « son génie irrité le portait à se débarrasser de cette quantité gênante »[3]. Enfin, par le fait même que l'infini intervient dans le calcul, on peut avoir l'impression que dans l'argument du Pari, Pascal pousse si loin la passion de démontrer qu'il ôte tout sens à la condition même qui donnait lieu au problème : « c'est une spéculation qui supprime le risque »[4]. A ce genre d'arguments, qu'on retrouve chez de très nombreux interprètes, il faut répondre de manière générale, qu'une fois introduit l'aléa, rien ne peut l'expulser. L'arbitre-conseiller impose un choix au nom de la raison : mais qui lui obéit risque toujours d'être déçu. La *Geometria aleae* a bien de la géométrie l'évidence apodictique, mais elle n'annihile pas pour autant l'aléa. Pascal peut être antiprobabiliste jusqu'au point d'écarter le mot probabilité de son vocabulaire : c'est qu'il est convaincu que le calcul mathématique des « hasards » est rigoureux ; mais il n'est pas antiprobabiliste, si l'on veut dire par là que son nouvel art était destiné à éliminer *tous* les risques. Le risque est consubstantiel à ces choses qu'on fait pour « l'incertain, les voyages sur mer, en bataille »[5]. L'incertitude concerne ici le faire, et non le connaître. Cette distinction a été bien faite par ceux qui ont vu que dans la partie mathématique du fragment « Infini-rien », Pascal se proposait de faire adopter au libertin une attitude avantageuse. « L'objet du pari n'est pas d'amener l'incrédule à croire en Dieu, mais bien de le conduire à se comporter comme s'il y croyait et par conséquent à se conformer au genre de vie du chrétien. »[6] Leibniz l'avait déjà nettement affirmé : « ce raisonnement ne conclut rien de ce qu'on doit croire, mais seulement de ce qu'on doit faire. »[7]

« ... & sic matheseos demonstrationes cum aleae incertitudine jungendo... »[8] Conjoindre décisions et événements incertains : telle est donc bien la fin poursuivie par Pascal. Et il n'y a nul abus d'interprétation à l'affirmer. Tout au contraire, c'est lus sous ce jour que ses textes parlent le mieux. Lorsqu'on oppose science et pratique, sans laisser de place à une théorie de la décision, on sera conduit, ou bien à rejeter, comme « métaphysiques » les traces qu'a laissées la « pratique » en l'art de faire les partis, ou bien à condamner Pascal pour abus de Géométrie. Mais le vrai est que si Pascal a fait entrer une science dans son âge positif, ce n'est pas celle à laquelle songeait Brunschvicg.

1. Jean GUITTON, *Pascal et Leibniz. Étude sur deux types de penseurs*, Paris, Aubier, 1951, p. 64.

2. PASCAL, *G.E.*, III, p. 307.

3. J. GUITTON, *op. cit.*, p. 64.

4. *Op. cit.*, p. 66.

5. PASCAL, *Pensées* (Br 234, La 577).

6. Roger-E. LACOMBE, *L'apologétique de Pascal. Étude critique*, Paris, P.U.F., 1958, p. 73.

7. LEIBNIZ, dans une lettre au duc Jean-Frédéric de Hanovre, vers 1678. (*Allgemeiner Politischer und Historischer Briefwechsel*, Darmstadt, 1927, t. II, p. 112.)

8. PASCAL, *G.E.*, III, pp. 307-308.

Ce que nous pouvons affirmer avec d'autant plus de sûreté que les textes *mêmes* de Pascal peuvent servir de fil conducteur à un exposé d'initiation au Calcul des probabilités, vu comme un chapitre de la théorie mathématique des décisions [1]. Aussi au lieu de chercher dans ces textes des anticipations marginales d'une science qu'on leur assigne artificiellement comme fin, prenons-les tout simplement pour ce qu'ils se donnent : solution d'un problème de partage, et non théorisation de la notion de probabilité.

4. — *Sûreté et fortune*

C'est sous cet angle que nous allons considérer ce que, dans sa correspondance avec Fermat, Pascal appelle par rapport à la méthode des « combinaisons », « mon autre méthode universelle, à qui rien n'échappe, et qui porte sa démonstration avec soy » [2]. Et comme nous n'avons plus maintenant aucune raison de nous défier de leur impureté pragmatique, nous nous demanderons si les liaisons significatives que nous avons découvertes plus haut entre les notions de justice, de sort, de convention et d'incertitude, ne pourraient pas nous éclairer sur l'élaboration de la méthode pascalienne.

Le jeu consiste en une suite de « parties », et à un moment déterminé du jeu, soit A, nous savons dénombrer les différentes éventualités. Que peut-il advenir si les joueurs continuent « l'aventure du jeu » ? Deux possibilités se présentent selon que le gagnant est Primus ou Secundus. Supposons que nous sachions déjà comment, dans ces deux cas, désignés respectivement par B et C, se fait le parti des 64 pistoles qui forment l'enjeu. En B, Primus reçoit 64 pistoles, Secundus 0 ; en C, Primus reçoit 48 pistoles, Secundus 16. Ce que l'on peut représenter par le schéma suivant :

$$\begin{tikzcd} & A \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ B & & C \end{tikzcd}$$

$$(B) = \quad 64 + 0 \qquad\qquad (C) = \quad 48 + 16$$

On constate, que, quoi qu'il advienne, Primus recevra au moins 48 pistoles. Au cas où, étant en A, les joueurs « veulent ne point jouer » la partie suivante, Pascal prête à Primus le langage suivant :

« Il doit dire ainsi : « Si je la gagne, je gagneray tout, ce qui est 64 ; si je la perds, il m'appartiendra légitimement 48 : donc donnez-moi les 48 qui me sont certaines au cas même que je perde, et partageons les 16 autres par la moitié, puisqu'il y a autant de hazard que vous les gagniez comme moi ». Ainsi il aura 48 et 8, qui sont 56 pistoles. » [3]

$$(A) = 56 + 8.$$

1. M. Barbut, « De Pascal à Savage, un chapitre de l'algèbre linéaire : le calcul des probabilités (cas fini) », *Mathematica & Paedagogia*, n° 31, pp. 7-20. Cet exposé veut « suggérer aux enseignants une voie moins classique (bien que très ancienne, 1654, et assez naturelle) que celle qui est suivie dans la plupart des manuels pour l'initiation au Calcul des Probabilités ». On définit tout d'abord un espace vectoriel de « paris » ; l' « espérance » est introduite comme forme linéaire positive, appliquant le vectoriel des paris dans le corps représentant l'échelle des utilités ; la règle d'enchaînements des espérances est fondée sur le « principe de Pascal ».

2. Lettre à Fermat, 24 août 1654 (*G.E.*, III, p. 404).

3. Lettre à Fermat, 29 juillet 1654 (*G.E.*, p. 383).

Autre exemple dont nous nous contentons de figurer les données dans un schéma analogue au précédent :

$$\begin{tikzcd} & A' \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ B' & & C' \end{tikzcd}$$

$$(B') = 56 + 8 \qquad\qquad (C') = 32 + 32.$$

Si, en A', les joueurs ne poursuivent pas le jeu, Primus pourra dire à Secundus, à propos de la partie suivante :

« Si vous voulez ne la pas joüer, donnez-moi 32 pistoles qui me sont seures, et partageons le reste de 56 par la moitié. De 56 ostez 32, reste 24 ; partagez donc 24 par la moitié, prenez-en 12, et moi 12, qui, avec 32, font 44. » [1]

$$(A') = 44 + 20.$$

Aussi bien dans ses « principes » que dans les raisonnements qu'il prête à ses joueurs, Pascal établit une distinction essentielle entre les cas où on peut faire fond, sur une certitude et ceux où l'on doit s'accommoder d'une incertitude. Il ne s'agit nullement, comme on l'a souligné plus haut, de nier radicalement celle-ci. C'est bien plutôt, nous semble-t-il, dans cette dualité du certain et de l'incertain, que réside le véritable nerf de la méthode pascalienne. Sa nature est plus complexe qu'il ne paraît, et dès l'abord, elle réserve des surprises au cartésien trop pressé.

Veut-on, selon une règle fondamentale de la Méthode, déterminer l'inconnu à partir du connu ? On ne tiendra compte que des parties gagnées. N'est-il pas apparemment manifeste qu'on possède là une mesure adéquate de l'avantage de chaque joueur ? Or « il ne faut proprement avoir égard qu'au nombre de parties qui restent à gagner à l'un et à l'autre, et non pas au nombre de celles qu'ils ont gagnées » [2]. Si Pascal a pris soin de formuler et de démontrer cette proposition, c'est qu'elle heurte une première vue trop simpliste du problème. Et de fait, parmi les prédécesseurs de Pascal, Cardan est le seul à l'avoir aperçue [3]. La difficulté venait de ce qu'il fallait inverser ici un mouvement naturel de l'esprit : « Le trait de génie est ici de procéder en sens inverse du cours du temps, de déterminer le certain à partir de l'incertain, le présent à partir de l'avenir » [4]. P. Massé éclaire fort bien l'originalité de cette démarche en opposant le point de vue du physicien, pour qui les événements se précèdent les uns les autres suivant le cours naturel du temps, et celui de l'économiste pour qui les valeurs procèdent les unes des autres en sens inverse [5]. Mais

1. *Ibid.* Sur la méthode de Pascal, cf. G.-Th. Guilbaud, « Leçons sur les éléments principaux de la théorie mathématique des jeux » (in *Stratégies et décisions économiques. Études théoriques et applications aux entreprises*, Paris, Éditions du C.N.R.S., 1954 ; P. Rosenstiehl, « Jeux et Mathématiques, pp. 829-834 (in *Jeux et Sports*, Paris, Gallimard, Encyclopédie de la Pléiade, 1967).

2. *G.E.*, III, p. 482.

3. « Quantum ac rationem ludorum sciendum est quod in ludis non habet considerari nisi terminus ad quem... » (Cardan, *Opera omnia...*, Lyon, J.-A. Huguetan et M. A. Ravaud, 1663, t. IV, p. 112.) Cf. E. Coumet, « Le problème des partis avant Pascal », *Archives internationales d'histoire des sciences*, 18e année, juillet-décembre 1965, n° 72-73, pp. 245-272.

4. P. Massé, « En lisant Pascal », *Revue Française de Recherche Opérationnelle*, 6e année, 1962, 3e trimestre, n° 24, p. 201.

5. *Loc. cit.* P. Massé cite Irving Fisher : « La récolte de froment dépend de la terre qui le fournit. Mais la valeur de la récolte n'est pas fonction de cette terre. La valeur de la terre dépend au contraire de la valeur présumée des récoltes. »

« déterminer le certain à partir de l'incertain », voilà qui soulève une difficulté bien plus grave. Cette formule paradoxale pourra faire songer aux multiples débats auxquels a donné lieu la « science du probable » : une certaine tradition nous a habitués à croire que celle-ci avait pour objet principal la prévision. Mais l'on a fait fausse route lorsqu'on a prêté à Pascal un point de vue analogue.

Pascal emploie le mot « certain » en deux sens très différents. Il se flatte de faire participer son art à la « certitude de la géométrie », mais son joueur table sur une certitude d'un tout autre genre lorsqu'il déclare : « Donnez-moi les 48 pistoles qui me sont certaines au cas mesme que je perde », autrement dit : « Je suis sûr de les avoir, car la perte même me les donne », ces pistoles me sont « sûres ». Pour parler brièvement, on pourrait appeler *certitude-sûreté* cette certitude qui correspond à un titre de possession.

Si une certaine somme doit appartenir à un joueur en cas de perte et de gain, il « la doit prendre entière comme assurée ». Qu'est-ce maintenant que l'incertitude ? « L'incertitude est ce qui fait et donne lieu au parti qui détermine exactement ce qui appartient. »[1] Elle est l'état de l'homme qui ne peut prévoir ce que lui assignera la fortune. Or « l'incertitude de gagner est proportionnée à la certitude de ce qu'on hasarde selon la proportion des hasards de gain et de perte »[2]. C'est ici le nœud du problème. Dans la manière dont sont ainsi mis en rapport certitude et incertitude, il faut distinguer au moins deux niveaux, selon qu'on songe au premier ou au second sens du mot certitude. Fixer le droit d'attendre, c'est déterminer une somme qui me sera « assurée », et il me sera indifférent de la prendre ou de la hasarder à un jeu équitable. Il y a donc équivalence ici entre deux « conditions ». Cette équivalence peut être qualifiée de « certaine », si elle est exacte. Fixer la juste distribution c'est établir une équivalence certaine (d'une certitude géométrique) entre une condition où je prends (certitude-sûreté) et une autre où je continue à jouer (incertitude de la fortune.

Cette analyse, elle-même grossière (il faudrait disposer d'une logique modale plus fine pour décomposer l'« art » de Pascal en toutes ses articulations), vise simplement à mettre en évidence le point où, avant même qu'intervienne une mesure numérique, sont mises en rapport de manière globale deux situations de type très différent. Huygens, soulignons-le en passant, s'appuie sur une même mise en rapport, pour calculer la « valeur » des « attentes » des joueurs : « Hoc autem (...) utar fundamento : nimirum, in aleae ludo tanti aestimandam esse cujusque sortem seu expectationem ad aliquid obtinendum, quantum si habeat, possit denuo ad similem sortem seu expectationem pervenire, aequa conditione certans ». « Fondement » dont Huygens dérive immédiatement la Proposition suivante : « Si *a* vel *b* expectem, quorum utrumvis aeque facile mihi obtingere possit, expectatio mea dicenda est valere $\frac{a+b}{2}$. »[3] On voit ainsi par quel biais peuvent être comparés l'assuré et l'incertain : il s'agit essentiellement de confronter des *valeurs* et d'établir des *règles d'échange*. Tel est également l'esprit de la méthode pascalienne, mais on y voit moins

1. Phrase biffée par Pascal ; cf. *Pensées*, éd. Lafuma, Éditions du Luxembourg, Paris, 1951, p. 239.

2. Cf. Lettre de Pascal à Fermat, du 29 juillet 1654. (*G.E.*, III, pp. 382-383.)

3. C. Huygens, *De ratiociniis in ludo aleæ*, p. 522 (in F. Schooten, *Exercitationum Mathematicarum Liber V*, Lugd.-Batav., ex officina Johannis Elsevirii, 1657).

clairement le rôle qu'y joue un « point d'indifférence », introduit de manière assez subreptice. Quand Pascal énonce son second principe, il donne l'impression d'exprimer une évidence naturelle. Mais retournons en quelque sorte ce principe pour le voir sous sa seconde face, comme « *règle de paris* », et son évidence paraîtra beaucoup moins contraignante.

La sagesse populaire ne lui opposera rien moins qu'un proverbe : « Un tiens vaut mieux que deux tu l'auras ». Sans nul doute, Pascal a bien senti ce que le fait même de comparer un bien certain et un bien qu'on hasarde pouvait avoir de choquant. Mais il a dit fort clairement ce qu'il en pensait ; non seulement il s'en rapporte au joueur : « Tout joueur hasarde avec certitude pour gagner avec incertitude, et néanmoins, il hasarde certainement le fini pour gagner incertainement le fini », mais il a soin d'ajouter en petits caractères : « sans pécher contre la raison »[1]. En critiquant la principale des « raisons morales » proposées par Pascal, l'abbé de Villars remarquait, non sans quelque perspicacité : « ... toute sa force dépend de la vérité de cette proposition que tout joueur hasarde avec certitude pour gagner avec incertitude sans pécher contre la raison. En vérité Paschase, si la divinité estoit aussi problématique que cette proposition nous serions en mauvais termes. Tous les pères & les maris qui ne veulent pas que leurs enfans ou leurs femmes jouent, seroient Athées nés ; & vous soustiendroient avec opiniâtreté qu'il est fort déraisonnable de hazarder un argent qu'on a certainement dans sa poche, avec lequel on peut vivre exempt de misère, pour en gagner un incertain ; & s'exposer comme il arrive souvent, à n'avoir ny l'un ny l'autre »[2].

L'argument n'est pas seulement de nature morale et ne concerne pas exclusivement les jeux du hasard. Il traduit en fait — de nombreux textes relatifs au pari pourraient en témoigner — un sentiment beaucoup plus profond : il y a entre les situations d'incertitude et celles où est assurée, dans le présent, la possession d'un bien, une dissymétrie profonde. Des polémiques récentes sont venues redonner à ce problème une acuité toute particulière ; le calcul de probabilités l'avait certes déjà rencontré, mais de manière plutôt marginale, sous la forme de paradoxes, d'objections de bon sens, ou de doutes exprimés par des philosophes. Par contre, il s'agit pour la théorie de la décision, d'un problème interne et essentiel. On le vit bien au Congrès d'Économétrie de 1952[3], lorsque furent soumises à la critique les thèses de l' « École américaine » qui identifiait des constructions mathématiques, très belles au demeurant, avec une théorie générale du comportement rationnel. En particulier M. Allais contesta avec une très grande vivacité que les seuls choix rationnels fussent ceux qui respectaient la « formulation de Bernoulli »[4]. L'observation psychologique du comportement des personnes très prudentes, l'examen des « choix aléatoires au voisinage de la certitude », mettent en échec une telle définition de la rationalité[5]. Ces simples allusions éclairent sous son vrai jour la situation où se trouvait

1. Cf. Brunet, *Le Pari de Pascal*, Paris, Desclée De Brouwer, 1956, p. 20.

2. Villars (abbé de), *De la Délicatesse*, Paris, chez Claude Barbin, 1671, pp. 356-358.

3. Cf. Colloques internationaux de C.N.R.S., XL, *Économétrie*, Paris, 12-17 mai 1952, Éditions du C.N.R.S., 1953.

4. Cf. surtout l'exposé synthétique donné en appendice dans le volume qui vient d'être cité : « Fondements d'une théorie positive des choix comportant un risque, et critique des postulats et axiomes de l'école américaine. »

5. « L'expérience montre que des gens très prudents et que l'opinion commune considère comme rationnels peuvent préférer 40 F sûrs à une chance sur deux de gagner 100 F ou encore 400 F certains à une chance sur deux de gagner 1 000 F. » (Il s'agit d'une offre unique qui ne se répétera pas.)

Pascal. On a pu reprocher à l'École américaine d'avoir été trop sensible à « la beauté esthétique de la construction mathématique très générale » qu'elle avait elle-même construite[1]. N'est-il pas vraisemblable que si Pascal a accordé une valeur normative à son art, c'est parce qu'il s'émerveillait lui-même d'avoir réussi à « composer des aléas », à ordonner des perspectives aléatoires complexes en un système extrêmement cohérent ?

Mais sur quoi reposait en fait cette cohérence ? Comment se fait-il qu'une argumentation de propriétaire qui parle pertes et avantages, conduise à un ordre numérique qui est celui-là même qui règne dans le triangle arithmétique ? Comment les deux sens du mot « certain » que nous avons distingués arrivent-ils presque à se confondre ?

5. — La logique juridique de l'incertain

Dira-t-on que le jeu fournissait naturellement un « modèle » particulièrement simple ? « Il en est des combinaisons factices auxquelles donnent lieu nos jeux de convention, comme de ces exemples scolastiques pour lesquels il y aurait de la puérilité à employer effectivement l'appareil des raisonnements en forme, quoique, par leur nudité même, ils soient plus propres que d'autres à mettre en évidence le mécanisme du raisonnement. »[2] Mais suffit-il que leurs règles soient simples pour que les raisonnements qui s'appliquent aux jeux soient mis en évidence ? Il s'agit en effet de raisonner *sur le jeu*, et même si le joueur est doué de ce que Fontenelle désignait, à propos de Dangeau, comme une « algèbre naturelle »[3], il est trop intéressé à la perte ou à l'avantage, pour s'élever aux principes. Pour que cela fût possible, il fallait se mettre en situation de spectateur, se faire comme Pascal, arbitre impartial. Mais cette distance nécessaire une fois prise, suffit-il de consulter sa raison ? La raison logique aussi bien que la raisonnable sagesse lui refusent le postulat qu'il réclame : elles n'admettent pas que quelque chose de certain puisse s'égaler à quelque chose d'incertain. Faut-il croire qu'il ait à forger seul ses propres raisons ?

C'est le moment de nous ressouvenir qu'il parle en juriste. Or est-ce là seulement un langage d'emprunt ? La « loi volontaire » à laquelle il se rapporte n'est-elle qu'une image commode destinée à mieux décrire les conditions de son problème ? La facilité avec laquelle il pourra lire des « conséquences » dans les « suites » de la convention, peut déjà nous faire soupçonner le contraire. Son art est de tirer profit de cette sorte de complicité qui unit ici le juriste au géomètre ; tous deux parlent d'égalité et de proportion. Aussi l'intervention du second dans un domaine qui n'est pas le sien n'apparaît-elle nullement comme une intrusion : c'est bien plutôt par ses « règlements » que justice est véritablement rendue. Mais ceci ne saurait faire oublier que le juriste a fait la moitié du chemin. Des expressions comme « égal », « droit d'espé-

Cette constatation expérimentale est incontestable, et on ne voit pas très bien comment, d'un point de vue rationnel, on pourrait critiquer un individu qui a une préférence marquée pour la sécurité. Un tel comportement met donc en échec la position fondamentale de l'école américaine ». (*Op. cit.*, p. 313.)

1. M. ALLAIS, *op. cit.*, p. 331.
2. COURNOT, *Considérations sur la marche des idées et des événements dans les temps modernes*, Paris, Boivin & Cie, Bibliothèque de philosophie, 1934, t. I, p. 231.
3. *Œuvres* de FONTENELLE, Paris, chez Jean-François Bastien et Jean Servière, 1792, tome septième, p. 103.

rer », « assuré », « propriété », « proportionné » sont lourdes de pensée et concentrent, si on y prête garde, tout un ensemble de déductions et d'expériences. Ne se pourrait-il pas que dans le problème précis qui nous préoccupe, celles-ci aient, au moins indirectement, comme par suggestion, aidé, orienté et peut-être guidé le géomètre ?

Selon une doctrine qui sera longtemps tenue pour inviolable, un Contrat de Société est inique si le contractant qui apporte son argent, veut à la fois participer aux gains éventuels et récupérer, quoi qu'il arrive, son capital. « Celuy qui contribue en société 1000 escuts, desquels il veut estre remboursé *quelque fortune qu'il puisse arriver* & nonobstant s'il y a du proffit il en veut avoir sa part, il commet une meschante usure : car il met tousiours le sien en *assurance* & temps pendant veut gaigner contre le droit de société, qui veut que le *hazard du dommage, ou du proffit* soit commun entre les compagnons. »[1] Nous avons souligné dans ce texte des expressions qui nous rappelaient celles dont se sert Pascal, mais plus que ces rencontres de mots nous importe ici la présence d'une notion logique qui intervient très souvent dans les débats relatifs à l'usure. Il s'agit d'une modalité que les logiciens n'ont pas songé à noter explicitement, mais dont L. J. Savage a montré, en définissant son « Surething principale »[2] l'importance qu'elle avait dans la théorie des choix : c'est à propos d'une situation d'incertitude déterminée, le « *quoi qu'il arrive* ». Ainsi, le premier principe de Pascal qui semble vraiment être forgé pour la circonstance et n'avoir qu'une portée limitée, nous renvoie à une catégorie logique qui jouait un rôle important dans la théorie des contrats. En serait-il de même pour cette règle d'échange entre des conditions égales dont nous avons évoqué plus haut la fonction ?

Pour répondre à cette question, pourrait-on trouver meilleur expert qu'un ami de Pascal qui fut en même temps un des plus savants juristes de son époque ? Aussi avons-nous interrogé Domat. Sa réponse mérite d'être citée en entier : « Dans les conventions où l'on traite d'un droit, ou d'autre chose qui dépende de quelque événement incertain ; et d'où il puisse arriver ou du profit, ou de la perte, selon la différence des évenemens, il est libre d'en traitter de sorte que l'un, par exemple, renonce à tout profit, & se décharge de toute perte : ou qu'il prenne une somme, pour tout ce qu'il pouvoit attendre de gain : ou qu'il se charge d'une perte réglée, pour toutes celles qu'il avoit à craindre. Ainsi, un associé voulant se retirer d'une société peut régler avec les autres associez ce qu'il aura de profit présent & certain, ou ce qu'il portera de perte, quelque évenement qu'il puisse arriver. Ainsi un héritier peut traiter avec ses cohéritiers de tous ses droits en la succession pour une certaine somme, & les obliger à le garentir de toutes les charges. Et ces sortes de conventions ont leur justice sur ce que l'un préfère un parti certain & connû, soit de profit, ou de perte, à l'attente incertaine des évenemens : & que l'autre au contraire trouve son avantage dans le parti d'espérer une meilleure condition. Ainsi il se fait entre eux une espèce d'égalité de leurs partis qui rend juste leur convention. »[3]

Les analogies entre ce texte et l' « Usage du triangle arithmétique... » sont si frappantes qu'on peut même se demander si ce n'est pas à Pascal que Domat est redevable de la clarté avec laquelle il formule ce qu'il appelle lui-même une règle.

1. J. BÉNÉDICTI, *La somme des péchez et le remède d'iceux... premièrement recueillie et puis nouvellement revue...*, Paris, C. Chappelet, 1601, p. 332.
2. *The foundations of statistics*, New York, John Wiley & Sons, 1954.
3. Jean DOMAT, *Les lois civiles dans leur ordre naturel*, Paris, J.-B. Coignard, 1689-1694, Liv. I, pp. 97-98.

Quoi qu'il en soit, il se contente d'y exprimer fidèlement la substance de dispositions et de lois traditionnelles : il confirme ainsi, s'il en était encore besoin, que le problème des partis n'est pas une difficulté byzantine, inventée à plaisir. Mais nous retiendrons surtout dans son texte, ce que précisément nous y cherchions : l'établissement d'une égalité entre un « parti certain » et une « attente incertaine ». Il est manifeste pourtant, que si l'on en reste là, on est bien loin de disposer de critères précis permettant de « balancer » avec exactitude les « lésions » et les « avantages ».

Aussi délicate apparaissait l'évaluation du « juste prix » auquel il faut payer un « péril ». C'est pourquoi, faute de pouvoir tenir compte de toutes les circonstances particulières, les casuistes s'en remettaient le plus souvent, soit à la bonne foi des contractants, soit à l'autorité des marchands « les plus prudents » ; ou bien, lorsqu'ils admettent que le péril que l'on court en prêtant de l'argent doit être « payé autant que ce hazard est estimé valoir », ils s'en tiennent à des considérations de plus et de moins[1]. Parfois, cependant, ils poussent plus loin l'analyse. Voici un cas où le « periculum sortis », d'incertain qu'il est par nature, est exprimé par un prix « certain ». Il s'agit d'un contrat de Société où celui qui apporte 1 000 pièces d'or sera seul à supporter, en cas de malheur, la perte de cette somme. Ayant à tenir compte des pertes éventuelles pour déterminer comment devra se faire le juste partage des profits, Lessius déclare que le péril doit être estimé à 100 pièces d'or.

Mais objectera-t-on, ce n'est pas 100 mais 1 000 pièces d'or que ce contractant perdra effectivement s'il est malchanceux ? « Respondeo, Periculum sortis incertum debet reduci ad certum pretium... »[2] Cette condition peut être remplie en imaginant *un contrat d'assurance* par lequel le porteur de capital pourrait mettre son argent à l'abri : la prime qu'il devrait payer à un assureur éventuel, évaluée précisément ici à 100 pièces d'or, fixe du même coup la valeur de la seule perte éventuelle qu'il faudra prendre en considération pour décider justement du taux de bénéfice auquel elle donne droit. Le procédé était cher aux casuistes : c'est par le détour d'un *contrat auxiliaire* qu'on passe de l'incertain au certain, du risque à l'assuré. Cet exemple attire notre attention sur les méthodes originales d'analyse et de synthèse par lesquelles la pensée juridique décompose une convention en ses élémenrs simples et peut ensuite en déduire les modes d'application dans une situation complexe. Est-ce autrement que Pascal enchaîne des partis à des partis déjà établis ? N'est-ce pas en « composant » progressivement des contrats auxiliaires qu'il parvient à déterminer comment s'applique en chaque cas la convention initiale ?

Mais y a-t-il un sens, dira-t-on, à rapprocher la merveilleuse précision de cet enchaînement avec le procédé tout à fait élémentaire de Lessius ? Prenons exemple sur Pascal et sachons distinguer les « principes » de la « pure arithmétique ». Il n'était pas vain de suggérer que les principes de l'art pascalien étaient déjà agissants

1. « Quel est le prix qu'on doit offrir à ceux qui se chargent des périls, & autres événements fortuits ausquels chaque chose est sujette dans le commerce, & nommèment l'argent, quelle est la somme proportionnée au gain indéfiny, & incertain, qu'on se promet des cent escus, baillez au titre de Société du Marchand. L'on consultera de cela sa conscience, et les experts ; généralement l'on peut dire, qu'il la faut égaler à l'espérance, que l'on a, d'en tirer plus ou moins de profit, *qui a multorum lucro certo, potest lucrum in spe incertum valere, & secundum magnitudinum periculi diminuendum est lucrum istud*, dit Maior en la qu. 49... » (BAUNY, *Somme des péchez qui se commettent en tous estats, de leurs conditions et qualitez*, Paris, M. Soly, 1653, p. 227.)

2. LESSIUS, *De Justitia et Jure cæterisque virtutibus cardinalibus*, libri IV..., Lovanii, ex officina J. Masii, 1605, p. 310.

dans l'art ancien, et subtil à sa manière, des transactions : et ne serait-ce qu'indirectement, la logique de l'incertain qui gouvernait le second a pu servir de guide au premier.

6. — La composition des grandeurs disparates

Il est cependant une notion qui relève beaucoup plus directement, par l'opération qui la définit et par les calculs qu'elle rend possibles, de la spéculation proprement mathématique. Mais il ne faudrait pas la désigner trop vite d'un nom qui nous est devenu familier. Trop de commentateurs affirment, non d'ailleurs sans quelque dérision, que dans l'argument du Pari, Pascal s'est contenté d'« appliquer » la notion « élémentaire » d'*espérance mathématique*. Il l'inventait bien plutôt, au moment même où il en explorait les possibilités. « Élémentaire », elle le devint assez vite sous sa forme mathématique, mais en tant que concept fondamental de la praxéologie son maniement est encore aujourd'hui trop délicat pour qu'elle n'ait pas présenté au XVII^{e} siècle une grande difficulté épistémologique. C'est ce que nous essaierons de suggérer à travers quelques textes témoins.

Des réflexions sur l'équité des jeux de hasard « paroissent petites, & elles le sont en effet, si on en demeure là ; mais on les peut faire servir à des choses plus importantes : & le principal usage qu'on en doit tirer est de nous rendre plus raisonnables dans nos espérances & dans nos craintes »[1]. Ainsi, ni l'originalité, ni la portée générale de la *Geometria aleae* n'avaient échappé aux perspicaces auteurs de l'*Art de Penser* : ces nouveautés mathématiques venaient à point nommé servir de base aux règles de la Méthode qui concernent « le jugement qu'on doit faire des accidents futurs ». Et de même que les règles pour bien penser dissipent les erreurs des sens, les règles pour bien agir permettent de dénoncer l'illusion dont sont victimes bien des gens, « illusion qui est d'autant plus trompeuse qu'elle leur paroît plus raisonnable. C'est qu'ils ne regardent que la grandeur et la consequence de l'avantage qu'ils souhaitent, ou de l'inconvenient qu'ils craignent, sans considerer en aucune sorte l'apparence et la probabilité qu'il y a que cet avantage ou cet inconvenient arrive ou n'arrive pas »[2]. Qu'ils appréhendent un grand mal, et les voilà engagés dans des précautions incommodes et excessives, alors même que l'événement craint est peu probable. Si inversement, ils sont éblouis par la grandeur du bien qu'il leur est possible d'obtenir, ils négligeront complètement la probabilité que l'événement leur soit favorable même si cette probabilité est extrêmement petite. « Le defaut de ces raisonnements est que, pour juger de ce que l'on doit faire pour obtenir un bien, ou pour éviter un mal, il ne faut pas seulement considerer le mal et le bien en soi, mais aussi la probabilité qu'il arrive ou n'arrive pas, et regarder geometriquement la proportion que toutes ces choses ont ensemble. »[3] Ainsi, par exemple, on peut montrer que, « dans ces especes de jeux qu'on appelle loteries », « tout le corps des joueurs est dupé », car ce jeu n'est pas équitable[4]. On notera le caractère normatif qui est attribué au calcul des hasards : ainsi tout au long de l'his-

1. *La Logique ou l'Art de Penser...*, par Antoine ARNAULD et Pierre NICOLE, éd. critique présentée par Pierre Clair et François Girbal, Paris, P.U.F., 1965, IV, ch. XVI, p. 354.

1. *Op. cit.*, p. 352.

2. *Op. cit.*, p. 353.

3. *Op. cit.*, p. 353.

toire du calcul des probabilités, trouve-t-on des calculateurs qui critiquent avec vivacité les « illusions des joueurs ». Une psychologie du risque plus affinée nous a appris à nous garder de jugements trop hâtifs en ce domaine, mais nous pensons que du point de vue historique, ces « illusions » doivent effectivement être considérées comme des obstacles : ce n'est qu'en luttant contre elles que pouvait s'imposer l'idée claire et distincte de proportion géométrique. La tâche était ardue, car ce qu'il convenait de concevoir comme une « proportion » n'était rien d'autre à première vue qu'un sentiment : une attente devant la fortune incertaine. L'abstraction que le géomètre a l'habitude de se voir reprocher devait paraître, en ce cas, encore bien plus répréhensible. La droite géométrique mime le fil à plomb, alors que la fiction dont on amuse le joueur ne correspond, elle, à aucun des états que peut lui assigner affectivement la fortune. L'espérance mathématique ne traduit pas une prévision, elle ne désigne qu'un état virtuel. L'hostilité très forte qu'a rencontrée encore tout récemment la « conception subjective » de la probabilité montre quelle puissance pouvait avoir ce genre d'objection, alors même que la notion de fréquence n'avait pas encore fait son apparition en ce domaine. Nous savons seulement que Pascal avait été en butte aux critiques du chevalier de Méré, qui (« c'est comme vous savez un grand défaut ») n'était pas géomètre. Géomètre, Roberval l'était ; mais lui aussi, selon un témoignage de Leibniz qu'on relève moins souvent, faisait la mauvaise tête devant ces nouveautés : « Demonstrato ergo tantum nos in bonis habere videri, quanta est habendi probabilitas, et tantum nobis de re abesse videri quanta est amittendi probabilitas (nam hoc erat illud de quo memini Robervallium dubitasse)... »[1] Les motifs du doute ne sont pas précisés, mais souvenons-nous que Roberval avait exprimé le soupçon que Pascal et Fermat « avaient fait un paralogisme » en prétendant faire le parti juste sur une « condition feinte » : celle de jouer en quatre parties, alors que la « condition naturelle du jeu » est qu'on ne jouera plus dès que l'un des joueurs aura gagné[2].

Peut-être faut-il voir dans cette méfiance à l'égard d'une « fiction » — toute la méthode ne reposait-elle pas sur des conventions fictives — plus qu'une objection occasionnelle[3] : le signe d'une répugnance à passer du point de vue du jeu qui se déroule effectivement, au point de vue du « game », du « jeu à jouer » ; le sentiment qu'il y a du danger à raisonner sur des possibilités, et à tirer des conséquences de vues aussi irréalistes.

Seuls des géomètres audacieux pouvaient mener à bien ce combat pour l'abstrait. Mais, d'une certaine manière, il leur fallait de plus être géomètres contre la géométrie. Car les grandeurs — et ce mot lui-même est trop précis — qu'il s'agissait de « composer » différaient profondément par leur nature, leur source, leur mode d'être. Comme le souligne fort à propos un texte des *Nouveaux Essais* ce sont là des

1. In L. Couturat, *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*, Paris, Alcan, 1903, p. 569.

2. *G.E.*, III, p. 404.

3. Leibniz fait peut-être allusion à ces objections lorsqu'il écrit (*Opera omnia*, éd. Dutens, vol. II, part. I, p. 92) : « ... les belles pensées de *Alea* de Messieurs Fermat, Pascal et Huygens, où M. Roberval ne pouvoit ou ne vouloit rien comprendre... ». Le passage de Pascal ne saurait toutefois justifier suffisamment l'allégation de Leibniz » (*G.E.*, III, p. 403, note 1). Remarque à laquelle nous souscrirons d'autant mieux que le texte que nous avons relevé dans le *De incerti estimatione* nous fournit semble-t-il, la source très précise de cette allégation.

4. I. Todhunter souligne le fait que l'objection de Roberval sera reprise par D'Alembert (*A History of the Mathematical Theory of Probability*..., Cambridge and London, Macmillan and Co., 1865, p. 14).

grandeurs *hétérogènes*. Philatèthe vient de faire remarquer que hasarder un plus grand bien pour un plus petit, sans être entré dans un juste examen, c'est agir directement contre la raison.

Le sage Théophile lui répond : « Comme ce sont deux considérations hétérogènes (ou qu'on ne saurait comparer ensemble) que celle de la grandeur de la conséquence et celle de la grandeur du conséquent, les moralistes en les voulant comparer se sont assez embrouillés, comme il paraît par ceux qui ont traité de la probabilité. La vérité est qu'ici, comme en d'autres estimes disparates et hétérogénes et pour ainsi dire de plus d'une dimension, la grandeur de ce dont il s'agit, est la raison composée de l'une et de l'autre estimation, et comme un rectangle, où il y a deux considérations, savoir celle de la longueur et celle de la largeur ; et quant à la grandeur de la conséquence et les degrés de la probabilité, nous manquons encore de cette partie de la logique qui doit les faire estimer. »[1] Ce précieux texte nous apprend tout d'abord combien, sans le secours de la conceptualisation mathématique, il pouvait être difficile de penser une relation de ce type. Mais les termes mêmes de la relation ne pouvaient être clairement distingués qu'après l'intervention du mathématicien : idée qui apparaîtra beaucoup plus surprenante, car la distinction des probabilités et des utilités a pris une telle place dans l'histoire du calcul des probabilités qu'on lui prête communément une évidence aveuglante. Il vaudrait la peine, comme nous le suggère Leibniz, de scruter les embarras des « probabilistes » : on y verrait que la composition des estimes disparates se heurtait à des difficultés beaucoup plus profondes que les illusions psychologiques dénoncées par Arnauld et Nicole : ce sont les concepts mêmes de la philosophie traditionnelle qui s'adaptaient mal à des problèmes qui jusqu'alors étaient restés en dehors de ses horizons.

Il suffirait pour s'en convaincre de glaner dans la broussaille des commentaires qui, jusqu'à nos jours, a proliféré autour de « l'argument du pari »[2]. Contentons-nous ici de citer un seul témoin, qui écrit à la fin du XVIIe siècle, le père Mauduit ; c'est en vingt chapitres, il est vrai, qu'il a étiré (bien qu'il s'en défende maladroitement) cet argument[3]. Certes, il prend soin d'éviter le mot de pari, et se flatte de n'avoir pas adopté le « tour de gageure et de jeu » que Pascal « donne à son raisonnement » : ses maladresses n'en sont pour nous que plus instructives. Sachons-lui gré, en tout cas, du soin avec lequel il expose les maximes fondamentales selon lesquelles devait, d'après la morale traditionnelle, se conduire l'homme prudent. Il va nous montrer ainsi à quelle contradiction se trouva acculée la même morale lorsqu'elle s'avisa de morigéner les casuistes en même temps qu'elle cherchait à apologiser les libertins. La règle fondamentale de la Prudence est : « *Que de deux partis douteux il faut toujours choisir le plus sûr* »[4]. C'est sur elle que se fondait l'attitude tutioriste, et c'est en son nom que les adversaires des probabilistes condamneront « les routes douteuses que les nouveau casuistes ont ouvertes ». « C'est une

1. Leibniz, *Nouveaux Essais sur l'entendement humain*, Liv. II, chap. XXI, § 66. (Œuvres philosophiques de Leibniz, éd. Janet, Paris, Librairie philosophique de Ladrange, 1866, t. I, p. 185.)

2. Sans même tenir compte du décalage qui sépare, chez Pascal lui-même, le dit argument du concept mathématisé du pari. Cf. G.-G. Granger, *Pensée formelle et sciences de l'homme*, Paris, Aubier-Montaigne, 1960, pp. 70-71 ; H. Gouhier, *Blaise Pascal. Commentaires*, Paris, Vrin, 1966, p. 279 sqq.

3. Mauduit, *Traité de religion contre les athées, les déistes et les nouveaux pyrrhoniens... Nouvelle édition augmentée de plusieurs démonstrations et de réponses à de nouvelles objections*, Paris, L. Roulland, 1699.

4. *Op. cit.*, p. 47.

imprudence dans le doute de quitter les sûres, pour celles qui sont simplement probables. »[1] Mais voici maintenant que survient un libertin qui, ironiquement, va tourner le tutiorisme à son profit. Reprochez donc à ces Impies de prendre « le plus périlleux entre deux moyens incertains » ! « Alors ils se défendent par cette autre maxime du bon sens, qui n'est en effet qu'une explication de la première, *qu'il est de la Prudence de préférer toujours le certain à l'incertain*... Et comme ils appliquent cette incertitude à la vie future, ils concluent qu'il n'est rien tel que de goûter en repos les douceurs de la vie présente qui sont assurées, sans se mettre en peine de l'avenir qui est incertain, parce qu'on doit préférer le présent à l'avenir, un présent assuré à un avenir qui ne l'est pas. »[2] Le libertin semble ainsi avoir mis la Prudence de son côté ; et le moraliste d'être surpris de voir une de ses règles se retourner contre lui : il ne pourra se tirer de ce mauvais pas qu'en refusant de reconnaître cette règle comme sienne. Ou du moins lui faudta-t-il sacrifier le « toujours » qui y figure. Pour convaincre son adversaire, il va être obligé de soutenir qu'il est des cas où il est *de la Prudence de préférer l'incertain au certain*.

Affirmation incontestablement paradoxale dans la bouche du Prudent ! Lui qui confondait volontiers sagesse et tranquillité, le voilà tenu de prendre à témoin ceux qui « hasardent » : les Marchands, le Pilote, le Soldat, et même les Conquérants qui ont quitté le certain « lorsqu'ils ont renoncé à la paix dont ils jouissoient dans leurs États, pour s'engager en des expéditions dont le succès étoit très douteux »[3]. Ils préfèrent avec raison l'espérance raisonnable d'obtenir un grand bien à un bien de moindre valeur. C'est qu'il faut distinguer différents cas selon qu'on délibère de la fin ou des moyens. « Si l'on convient de la fin & que l'on doute seulement des moyens d'y arriver, c'est une haute imprudence de quitter le certain pour l'incertain... »[4] « Mais lorsqu'on ne convient plus de la fin où l'on tend, & que l'esprit, comme en balance entre plusieurs qui se proposent, cherche à laquelle il doit s'attacher ; on doit concevoir si ces fins sont égales, ou si le bien qu'on espère n'est guère plus avantageux que celui qu'on hazarde : & en ce cas il faut encore préférer le certain à l'incertain... »[5] « Enfin, si les fins sont inégales, si le bien espéré surpasse notablement celui qu'on possède, on doit préférer le premier tout incertain qu'il soit ; parce que tout considéré la grandeur du bien qu'on espère est un plus grand avantage que la certitude du petit bien qu'on possède. »[6]

Mauduit n'avait pas écouté les recommandations de l'*Art de penser*: il ne tient pas compte des différents degrés de probabilité. Malgré cela, son texte peut nous servir à illustrer l'hypothèse suivante : l'objection du libertin qui prend « certain » au sens où nous avons parlé plus haut de certitude-sûreté, vient bouleverser l'économie de la Prudence traditionnelle. Le problème n'est plus : que faut-il faire lorsqu'on est certain de connaître la vérité ? Dans ce cas, il était aisé de répondre : il faut se contenter de la plus grande probabilité ; le plus probable se confond alors avec le plus sûr. Mais demandez-vous en quel cas il faut quitter le certain pour l'incertain : il sera nécessaire de prendre en considération les biens et les maux. Le

1. *Op. cit.*, pp. 177-178.
2. *Op. cit.*, p. 47.
3. *Op. cit.*, p. 50.
4. *Op. cit.*, p. 176.
5. *Op. cit.*, p. 178.
6. *Op. cit.*, p. 180.

problème devient beaucoup plus complexe ; pour parler schématiquement, on suppose qu'on dispose non pas d'une, mais de deux échelles, l'une pour la probabilité, l'autre pour les utilités, et il conviendra d'en « composer » les degrés. Le plus sûr cesse alors d'être le plus probable, et la présence d'un risque ne peut plus être masquée. Le langage de la philosophie classique vacille : ayant médité essentiellement sur l'action morale, elle a posé les problèmes de l'action dans le cadre d'une logique de la vérité. Lorsqu'il ne s'agit plus d'opter pour ce qui est le plus proche de la vérité, il lui est malaisé même de formuler le problème. L'exemple de Mauduit montre à quel point les concepts de « fin » et de « moyen » se révèlent alors insuffisants.

La science de la décision s'annoncerait donc dans une crise de la Prudence, lorsque se présentèrent à la raison des situations où l'on doit « travailler pour l'incertain ». Il s'agit alors de faire et non de croire. « Car ce sont deux questions tout à fait séparées, sçavoir ce qui est le plus seur dans la practique, & sçavoir ce qui est le plus probable dans la créance. Ce que les Casuites mêmes ont fort bien distingué. Car souvent, on est obligé de suivre le plus seur, lors même qu'il n'est pas le plus probable. »[1]

★

Suggérer un élargissement continué du lieu où s'inscrit le problème des partis, circonscrire par ailleurs du plus près que possible le sens des principes pascaliens, tel est le double mouvement par lequel nous avons tenté d'arracher à l'anecdote, l'inauguration de la *Geometria aleae*.

Si celle-ci ne surgit pas, contrairement à l'opinion de Cournot, à la simple faveur d'une conjonction heureuse, c'est que le jeu de hasard n'est pas une institution inerte, dont on puisse assurer sans précaution qu'elle reste identique à elle-même à travers des époques différentes. Le « jeu de pur hasard » que rencontre Pascal est un jeu laïcisé, coupé de son aura magico-théologique, un jeu qui s'est vu assigner une place déterminée dans la sphère des situations d'incertitude, un jeu réfracté à travers la pratique et la théorie des contrats aléatoires. Or, précisément, dans leur composition comme dans leur vocabulaire, les principes pascaliens indiquent d'eux-mêmes leur parenté avec cette conceptualisation juridique préalable de l'aléa ; cette parenté une fois découverte, il ne convient pas, selon nous, de la disqualifier comme tare d'une invention mathématique insuffisamment purifiée ; les « attentes » des joueurs, les règles d'échange entre « conditions » distinctes, ne sont pas les appuis occasionnels et extérieurs d'une discipline qui aurait à conquérir ensuite son autonomie, mais bien, à la fois, les instruments et les objets d'un calcul dont les probabilistes contemporains ont perçu la signification et la cohérence intrinsèques : un Calcul des Espérances.

Que Pascal ait été l'initiateur d'un tel calcul, confirmation en a certes été donnée. L'effet rétroactif du vrai, la lecture récurrente au sens bachelardien, manifestent leur double bienfait habituel : réactivés, les textes pascaliens peuvent être repris et poursuivis dans un discours scientifique actuel ; brouillée par des interprétations mal ajustées, leur image, comme mise au point, peut-être restituée dans sa richesse première. Toutefois, si nos analyses ont quelque part de vérité, ce serait trahir leur esprit que d'en étendre trop tôt les résultats. Elles nous imposent au contraire, tou-

1. LEIBNIZ, dans la lettre au duc Jean-Frédéric de Hanovre, déjà citée ci-dessus, p. 112.

jours sur le terrain historique, de nouvelles questions : est-il légitime de mettre sur le même plan les découvertes de Pascal et l'*Ars conjectandi* de Jacques Bernoulli ? Comment le concept de probabilité a-t-il pris le pas sur le concept d'espérance ? Y a-t-il des liens entre les projets d'application de ce qui devint le calcul des probabilités aux « affaires de la vie civile », et la conceptualisation juridique de l'aléa détectée plus haut ? Restons-en d'ailleurs à Pascal lui-même : incidemment, nous avons fait allusion à une méthode, celle des « combinaisons », qui assure de son côté la solution du problème des partis ; c'est ici la concordance de deux méthodes issues de motivations disparates, qui donne tout leur poids de rationalité aux spéculations de Pascal et de Fermat ; c'est elle qu'il faudrait sonder pour authentifier l'avènement d'un calcul assuré de sa propre solidité, laissant loin derrière lui les comptabilisations commerçantes ou juridiques. « Je voy bien, déclare Pascal à Fermat, dans la lettre du 29 juillet 1654 citée ci-dessus, que la vérité est la mesme à Tolose et à Paris. »

ERNEST COUMET,
Faculté des Lettres et des Sciences Humaines de Nanterre.

*