Divulgaciones Matemáticas v. 6, No. 1 (1998), 37–42

Teoría de la Decisión: Contribuciones de von Neumann

Decision Theory: von Neumann's Contributions

Carlota Gastaldi (*), Marcel Urrea (**),
Pedro Fernández de Córdoba (**)
(*) (Psicóloga) Consellería de Treball i Afers Socials, 46010 Valencia, España (**)Departamento de Matemática Aplicada, Universidad Politécnica de Valencia, 46071 Valencia, España.

Resumen

Presentamos unas notas comentadas del libro *El Dilema del Prisionero* de William Poundstone , publicado por Alianza Editorial (1995), con las que pretendemos resaltar la contribución de John von Neumann (1903–1957) a la teoría moderna de los juegos.
Palabras y frases clave: teoría de la decisión, teoría de juegos, dilema del prisionero, von Neumann.

Abstract

We present some comments about the book of William Poundstone *El Dilema del Prisionero* published by Alianza Editorial (1995). Our aim is to emphasize the contributions of John von Neumann (1903–1957) to the modern mathematical theory of games.
Key words and phrases: decision theory, game theory, prisoner's dilemma, von Neumann.

Tomar una decisión es siempre una tarea difícil. Las decisiones son aún más difíciles cuando otro también está decidiendo, y el resultado depende del conjunto de todas las decisiones tomadas.

En el ámbito de la filosofía, han cobrado especial interés las situaciones en las que se han de tomar decisiones límite dentro en una habitación desconocida ("cajas de dilemas").

Los dilemas de la vida real surgen gracias a las diversas maneras con las que nuestros intereses individuales se debaten con los de otros y con los de la sociedad en general. Diariamente, debemos tomar decisiones difíciles, a veces con resultados distintos de los que habíamos esperado. La cuestión esencial que se plantea es simple y apremiante: ¿existe un comportamiento racional para cada situación?

Quizá el mejor ejemplo del planteamiento angustioso de este tipo de dilemas lo protagoniza 'el dilema del prisionero', analizado por el matemático John Von Neumann (1903-1957), a la luz de la moderna teoría matemática de juegos. El cuerpo principal de la obra de Von Neumann, por el que éste adquirió al principio de su carrera la reputación de un genio, se halla en los dominios de la matemática pura y de la física matemática. Von Neumann jugaba al póquer. Su mente ágil se fijó en determinados aspectos del juego. Le interesaba, sobre todo, el engaño, el faroleo, y las segundas intenciones, es decir, la manera en que los jugadores tratan de dar pistas falsas, usando las reglas del juego. pensaba que existía en ello algo que era "no trivial".

Desde mediados de los años veinte hasta los años cuarenta, Von Neumann se entretuvo en investigar la estructura matemática del póquer y de otros juegos. A medida que sus estudios tomaban forma, se dio cuenta de que los teoremas podían aplicarse a diversos ámbitos como la economía y la política. Von Neumann y el economista de Princeton Oskar Morgenstern publicaron en 1944 los resultados de sus análisis en el libro *Theory of games and Economic Behavior*, en el que se recogen la bases de la Teoría de Juegos. A pesar de que los autores presentaron su teoría como una fundamentación de la economía, en los años posteriores a la publicación de la obra la Teoría de Juegos y su terminología se convirtieron en palabras de uso común para economistas, estrategas militares, y para los investigadores de las ciencias sociales en general. Puede añadirse que *Theory of games and Economic Behavior* es un libro difícil de leer, pues son 641 páginas llenas de fórmulas. Actualmente, se reconoce que la disertación de Von Neumann y Morgenstern ha sido superada en el tratamiento de los juegos de más de dos participantes, y se reconoce que su planteamiento, aunque correcto, no es ya el más práctico ni el más comprensible. En palabras de los autores el objetivo de la obra es *mostrar adecuadamente que los problemas típicos de comportamiento económico son rigurosamente idénticos a las soluciones matemáticas de determinados juegos de estrategias.*

Para hacerse una idea del contenido de la Teoría de Juegos, conviene apuntar que en ella sólo se trata de pasada los juegos, tal y como éstos se entienden normalmente. Es decir, no se refiere a 'jugar'. De ahí que sea mejor aproximarnos a ella utilizando el término 'estrategia' en su sentido habitual. Como el propio genio expresaba en una ocasión, 'la vida real consiste en echar faroles, en llevar a cabo pequeñas tácticas para engañar al otro, en preguntarse qué va a pensar el otro que voy a hacer. Y sobre este tema se ocupan los juegos en mi teoría'. En este sentido, la Teoría de Juegos estudia los conflictos entre seres racionales que desconfían uno del otro, y Von Neumann la presenta como un análisis matemático riguroso que surge de manera natural al mirar un conflicto desde un punto de vista razonable.

Básicamente, la Teoría de Juegos estudia la pugna entre unos oponentes que piensan y que pueden ser capaces de engañar al otro. A partir de esta descripción, podría pensarse que se trata de una especialidad de la Psicología, en vez de serlo de las Matemáticas. Sin embargo, no lo es, ya que se supone que los jugadores son totalmente racionales, y ello permite un análisis preciso de las situaciones. Así pues, puede afirmarse que la Teoría de Juegos es una rama de la lógica matemática más rigurosa, y subyace a los conflictos reales entre los seres humanos, aunque éstos no sean siempre racionales en sus decisiones.

La mayoría de los avances científicos surgen cuando una persona lúcida percibe elementos comunes en contextos sin relación aparente.

Así nació la Teoría de Juegos. Von Neumann se dió cuenta de que los juegos de salón plantean dilemas simples. Estos conflictos, generalmente ocultos por la parafernalia de los naipes, las figuras de ajedrez o los dados, fueron los que despertaron la curiosidad de von Neumann. Pronto reconoció conflictos similares en la economía, la política y diversas situaciones de la vida cotidiana y de la guerra.

Siguiendo la noción empleada por von Neumann un juego es *una situación conflictiva en la que uno debe tomar una decisión sabiendo que los demás también toman decisiones, y que el resultado del conflicto se determina, de algún modo, a partir de todas las decisiones realizadas.*

Algunos juegos son sencillos. Otros, llevan a una escalada recurrente de segundas intenciones difícil de analizar. Lo que nuestro autor buscaba es una respuesta a la cuestión de si existe siempre una manera racional de jugar, especialmente en aquellos casos en los que existe mucho faroleo y segundas intenciones. Esta sería la pregunta fundamental que persigue resolver la Teoría de Juegos. Podría pensarse ingenuamente que debe haber una manera racional de jugar a cualquier juego, pero ¿es así?, se preguntó von Neumann. El mundo no siempre está regido por la lógica. En las decisiones que caracterizan a nuestra vida diaria, abunda lo irracional. En el caso que nos ocupa, la adivinación mutua de las intenciones del contrario, que sucede en juegos como el póquer o el ajedrez, teje una cadena de razonamientos teóricamente infinita. No es fácil vislumbrar que jugadores racionales puedan llegar a una manera concreta de jugar.

Un matemático de menos categoría se habría planteado las mismas preguntas y, tal vez dando un suspiro, habría descuidado esta iniciativa y se habría ocupado de un trabajo más serio. Von Neumann tiene el mérito de haber sabido enfrentarse cabalmente a este reto intelectual y de haber obtenido, matemáticamente, una demostración sorprendente: *siempre existe una forma racional de actuar en juegos de dos participantes, si los intereses que los gobiernan son completamente opuestos.*

El lugar que ocupa von Neumann como fundador de la Teoría de Juegos se basa en la demostración de esta afirmación en 1926, y cuya formulación recibió el nombre de Teorema Minimax. Este principio establece una solución racional para un conflicto definido con exactitud en el sentido en que ambas partes pueden convencerse a sí mismas de que no podrían hacer nada *mejor*, dada la propia naturaleza del conflicto. El Teorema Minimax es aplicable a multitud de juegos de entretenimiento, desde algunos de los más triviales como el tres en raya hasta otros más complejos como el ajedrez. Von Neumann demostró que en este tipo de juegos existe siempre una forma 'correcta' u 'óptima' de tomar parte en ellos.

Por fortuna para quienes poseen poca formación matemática o escasa simpatía por esta disciplina, el núcleo esencial de la Teoría de Juegos resulta fácil de entender. Puede ilustrarse bastante bien con la problemática que surge a la hora de repartirse un pastel. Muchas personas saben cuál es la mejor forma de que dos niños caprichosos se repartan un trozo de tarta. No importa el cuidado que el padre tenga para cortarla. Uno de los niños, o incluso ambos, pensará que se le ha dejado el trozo más pequeño. La solución consiste en que uno de ellos corte la tarta, y que el otro escoja el trozo que quiere. Sería una partición justa. El primer niño no podrá quejarse de que la partición está mal hecha porque la ha hecho él. El segundo no podrá protestar, pues ha podido escoger el trozo que prefería. Esta discusión doméstica no sólo sirve para ilustrar lo que es un juego para Von Neumann, sino que es prácticamente el ejemplo más simple posible del principio Minimax en el que se fundamenta la Teoría de Juegos.

El problema del pastel es un conflicto de intereses encontrados, y su solución pasa por ser un resultado racional. Ambos niños quieren lo mismo: la mayor cantidad posible de tarta. La solución de este juego es la equipartición de la tarta, pero la división de la tarta depende, en último caso, tanto de la manera en que un niño corta la tarta, como el trozo que el otro niño escoge. Es fundamental que cada niño prevea lo que va a hacer el otro. Esto define la situación como un juego en el sentido dado por Von Neumann.

Un requerimiento fundamental de la Teoría de Juegos es que el juego ha de ser finito, es decir, no puede continuar siempre. En este sentido, para Neumann se podría trazar un diagrama a modo de árbol de todas las formas completas de jugar permitidas, y podarlo para descubrir el modo racional de jugar en cada juego.

Formulación del dilema del prisionero:

A lo largo de los años, el dilema del prisionero ha sufrido muchas modificaciones. Presentemos, brevemente, una típica versión actual del relato:

Se detiene a dos componentes de una banda criminal, que son encarcelados y condenados. Cada prisionero está aislado, sin poder hablar o intercambiar mensajes con el otro. La policía reconoce que carecen de las pruebas suficientes para condenarlos por la acusación principal que exige tres años de prisión. Por tanto, piensan sentenciar a los dos prisioneros a un año de cárcel, bajo un cargo menor. Pero a la vez, el jefe de policía ofrece a cada prisionero el siguiente pacto: si tan sólo uno de ellos testifica contra el compañero, éste será libre, mientras el otro será condenado a tres años de prisión, acusado por el cargo principal. En el caso de que los dos prisioneros testifiquen el uno contra el otro, se condenará a ambos a dos años en prisión.

Se concede a los prisioneros un corto plazo de tiempo para que mediten la cuestión. Sin embargo, en ningún caso podrá cada uno de ellos conocer la decisión del otro, hasta que no se haya tomado la decisión irrevocable de uno mismo. Ambos prisioneros son informados de que al otro se le está haciendo la misma propuesta. A cada prisionero le preocupa sólo su propio bienestar, además de tratar de disminuir lo más posible su propia condena.

Los prisioneros pueden razonar del modo siguiente:

Si testifico yo, pero mi compañero no lo hace, me libro de la cárcel, en lugar de sufrir un año de condena. Pero si testifico yo y mi compañero también, me condenan a dos años, en vez de a tres. En ambos casos, me sale mejor darle las pruebas del delito a la justicia. Si testifico, se reduce en un año mi condena, haga lo que haga el otro tipo.

El problema es que el otro prisionero puede llegar a la misma conclusión. Si ambas partes exhiben un comportamiento racional, las dos testificarán, y serán condenados a dos años en prisión. ¿Cuál es la manera adecuada de actuar? En realidad, esta pregunta no tiene aún respuesta, y es probable que no exista.

El dilema del prisionero es complicado porque desafía al sentido común. En un auténtico dilema del prisionero es igual de difícil justificar como resultado racional la cooperación mutua de los participantes como la deserción mutua. Aquí reside la paradoja.

Todas estas reflexiones serían meramente académicas si el dilema del prisionero fuera un ejemplo excéntrico de la Teoría de Juegos. Sin embargo, no lo es. El dilema del prisionero es una paradoja con la que todos hemos de convivir.

No es muy difícil crear un dilema del prisionero. El ingrediente esencial es generar la tentación de mejorar los propios intereses, de forma que llevaría al desastre *si todo el mundo lo hiciera*. Por desgracia, este ingrediente fundamental es fácil de encontrar. Por eso, algunos han interpretado el dilema del prisionero como el problema fundamental de la sociedad: el problema del mal. Ciertamente, las mayores tragedias acontecidas a lo largo de la historia de las civilizaciones son causadas por el hombre, no naturales, es decir, son consecuencia de las acciones de individuos o grupos contrarias al bien común de la sociedad en la que acontecen. En este sentido, no existe ejemplo más popular del dilema del prisionero que el caso de la carrera de armamentos nucleares.

En definitiva, en el libro que se ha comentado William Poundstone da a reconocer en qué consiste el dilema del prisionero, introduciendo al lector en los aspectos más básicos de la teoría matemática de los juegos. Para ello, se reflexiona en profundidad sobre el análisis de casos concretos reales, en su mayoría de enorme relevancia sociológica, como es el caso del análisis que se presenta del dilema de la carrera nuclear de armamentos entre la URSS y Estados Unidos durante la guerra fría, como un ejemplo ilustrativo extremo del dilema del prisionero. Al mismo tiempo, a lo largo de la obra se intercalan interesantes anotaciones y simpáticas anécdotas que tejieron la biografía personal y científica del creador de la Teoría de Juegos, el genial matemático John von Neumann.