2. ARTÍCULOS DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA

ALGUNOS PROBLEMAS DISCRETOS DE LOCALIZACIÓN DE SERVICIOS

Elena Fernández
Dpto. Estadística e Investigación Operativa Universitat Politècnica de Catalunya
e.fernandez@upc.edu

1. Introducción.

La teoría de la Localización es una amplia disciplina que, en términos generales, estudia la mejor ubicación de unos centros de servicio para alcanzar unos objetivos determinados. Actualmente, se considera el libro "Teoría de Localización de Industria" del economista alemán Alfred Weber (1909) [41] como el origen de la teoría de Localización moderna. Sin embargo, fueron los primeros trabajos de Hakimi [28] en la década de los 60 los que impulsaron el desarrollo sostenido de este área hasta nuestros días. Típicamente, los problemas de localización de servicios se plantean a nivel estratégico dada la trascendencia que tiene una adecuada ubicación de los centros de servicio en las actividades que posteriormente se realizan a nivel operacional. Existe una gran diversidad de problemas que de una forma u otra abordan la mejor localización de unos centros de servicio. Éstos varían en función del espacio en el que se ubican los centros de servicio (continuo, discreto, estructuras, etc.), los objetivos que se desean conseguir (minimizar costes, maximizar beneficios, alcanzar la máxima cuota de mercado, minimizar el rechazo generado por la ubicación de un centro no deseado, minimizar el tiempo medio de espera para recibir servicio, etc.), la estructura de los servicios a ubicar (no siempre se desean ubicar servicios que pueden representarse puntualmente; en ocasiones se desean ubicar estructuras como carreteras, líneas de metro etc.), la forma en que los centros proporcionan servicio (los clientes acuden al centro a recibir servicio, ó el servidor se desplaza), el horizonte temporal en el que se desea completar la operación (una o varias etapas), las características de los clientes que requieren servicio, y otros muchos factores. Dada la gran variedad de problemas que se plantean no es sorprendente que la metodología que se utiliza para abordarlos sea también diversa y prácticamente contemple todos los ámbitos de la Investigación Operativa. En este artículo se describen algunos problemas clásicos de localización que se plantean cuando el conjunto de ubicaciones potenciales para los centros de servicio es discreto. También se presentan algunos modelos de Programación Matemática adecuados para abordarlos y se comentan algunas técnicas que permiten su resolución.

2. Problemas de localización de plantas.

Como ocurre frecuentemente en otros problemas de localización, los problemas discretos de localización se plantean cuando existe un conjunto finito de clientes que requieren servicio, de los que se conoce su ubicación así como su cantidad de demanda de servicio, y se desea ubicar los centros que deben proporcionarles servicio. Los clientes pueden representar tanto individuos concretos como agrupaciones de éstos. La característica de los problemas discretos de localización es que el espacio de las ubicaciones potenciales para los centros de servicio es discreto y conocido *a* priori. La decisión a tomar es doble: por un lado se desea seleccionar el conjunto de centros de servicio a abrir y, por otro, establecer un patrón de dotación de servicio desde los centros abiertos a los clientes. El coste de la operación incluye habitualmente dos términos que se corresponden con cada una de las decisiones mencionadas: el coste de establecimiento de los centros de servicio, que suele denotarse coste fijo de apertura, y el coste derivado del servicio a los clientes.

Evidentemente, el patrón de prestación de servicio a los clientes dependerá de las características del servicio. Frecuentemente, en los problemas discretos de localización, los clientes se desplazan hasta el centro que les atenderá, dando lugar a los llamados problemas de localización/asignación. En esos casos, encontrar el patrón de dotación de servicio consiste en asignar cada cliente a un centro de servicio. Eventualmente, cuando el "cliente" represente una agrupación de individuos (cluster), podrá establecerse una asignación múltiple según la cual partes disjuntas de los individuos del cluster se asignarán a centros diferentes.

Podemos encontrar aplicaciones de estos problemas, no solamente en el ámbito de la localización de plantas de producción de las industrias, sino también en el ámbito de los servicios públicos, como cuando se desea encontrar localizaciones para hospitales, escuelas, vertederos, etc. Sus numerosas aplicaciones han estimulado el estudio tanto de modelos como de métodos de resolución para los problemas. Una monografía dedicada íntegramente a problemas discretos de localización es el texto editado por Mirchandani y Francis [35].

Dado su carácter combinatorio estos problemas presentan una gran dificultad. Ello se refleja en el hecho de que pertenecen a la clase *NP-Hard*. Desde el punto de vista de su resolución, esto significa que (a no ser que *P* = *NP*, lo cual parece altamente improbable) no existirán algoritmos que garanticen la obtención de soluciones óptimas en tiempos polinómicos en el tamaño de los problemas.

El problema más clásico de esta familia es el llamado Problema de Localización de Plantas (PLP) que puede enunciarse de la siguiente forma. Dados:

- $I = \{1, 2, ..., m\}$ un conjunto de índices para las ubicaciones potenciales para los centros de servicio (plantas).
- $J = \{1, 2, ..., n\}$ un conjunto de índices para los clientes.
- para cada ubicación potencial para las plantas $i \in I$, una cantidad f_i que representa el coste fijo de establecimiento de un centro de servicio en la ubicación *i*.
- para cada par $(i, j) \in I \times J$, una cantidad c_{ij} que representa el coste por satisfacer la demanda del cliente *j* desde el centro *i*.

se desea encontrar el conjunto de centros a abrir y la asignación de clientes a centros tal que se minimice el coste total de apertura más asignación.

Para construir un modelo de programación matemática para el problema se definen las variables de decisión y_i, $i \in I$ con valor 1 si se establece el centro de servicio en la ubicación potencial *i* y 0 en otro caso, así como las variables x_{ij}, $i \in I$, $j \in J$ con valor 1 si la demanda del cliente *j* se atiende desde el centro *i* y 0 en otro caso. El modelo que resulta es:

$$(PLP) \qquad \min \sum_{i \in I} f_i y_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \qquad (1)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1, \forall i \in I \qquad (2)$$

$$x_{ij} \le y_i, \forall i \in I, j \in J \qquad (3)$$

$$y_i \in \{0,1\} \; \forall i \in I, x_{ij} \in \{0,1\} \; \forall i \in I, j \in J \qquad (4)$$

Las restricciones (2) aseguran que se satisface la demanda de cada cliente, mientras que las restricciones (3) imponen que los clientes estén asignados a centros abiertos.

Nótese que en PLP, una vez conocido el conjunto óptimo de plantas a abrir, I^*, una asignación óptima de clientes se obtiene de forma inmediata asignando cada cliente *j* a una planta $i(j) \in \arg\min \{c_{ij} : i \in I^*\}$ (rompiendo arbitrariamente los empates).

En la práctica, la mayoría de las aplicaciones de PLP plantean una limitación adicional que es necesario tener en consideración. En caso de abrirse, la capacidad de las plantas no será ilimitada, lo cual restringe los clientes que pueden asignarse a cada una de las plantas. En el **Problema de Localización de Plantas con restricciones de Capacidad (CPLP)** conocemos también unas cantidades b_i, $i \in I$ que representan la capacidad de prestación de servicio de cada una de las plantas en caso de ser abiertas. Si para cada cliente $j \in J$, d_j representa su cantidad de demanda, entonces es necesario incorporar restricciones adicionales al modelo, para garantizar que ninguna planta abierta tenga asignada más demanda que su capacidad de servicio. En particular, es necesario añadir un conjunto de restricciones de la forma:

$$\sum_{j\in J} d_j x_{ij} \le b_i \qquad \forall i \in I \ .$$

Es fácil observar que, a diferencia de PLP, en CPLP la obtención de la asignación óptima una vez conocido el conjunto de ubicaciones óptimas para las plantas ya no es inmediata. Para ello hay que resolver un problema de transporte (fácil de resolver) en el caso de asignaciones múltiples, mientras que en el caso de asignación única se trata de un problema de asignación generalizada (un problema difícil de Programación Entera que, a su vez, está en la clase *NP-Hard*).

Otros conocidos problemas discretos de localización son los llamados problemas de la **p-mediana**. Se plantean cuando *a priori* se ha fijado un número *p* de plantas que desean abrirse. Esto ocurre, por ejemplo, cuando todos los costes fijos de apertura son iguales y se dispone de un presupuesto fijo que permite abrir *p* plantas. Para modelar los problemas, se definen las variables de decisión como en el caso de PLP. Dado que al abrir un número fijo de plantas el coste total de apertura de las plantas es constante, ahora la función objetivo tiene un sólo término que agrupa los costes de asignación. A cambio es necesario incluir una restricción adicional sobre el número de plantas a abrir cuya expresión es:

$$\sum_{i\in I} y_i = p \ .$$

De forma análoga a PLP, en el caso de los problemas p-mediana podemos considerar versiones en las que se permiten asignaciones múltiples o se requieren asignaciones a una única planta. También podemos extender el problema al caso en el que las plantas tengan capacidad, dando así lugar a los problemas de la **p-mediana con capacidades**.

En ocasiones se plantean problemas de esta familia con el objetivo de garantizar una calidad mínima de servicio. Es decir, el objetivo se plantea en términos del cliente peor atendido (aquél que tenga que desplazarse más distancia para recibir servicio, el que esté más alejado de la antena que le proporciona señal, etc.). Estos son los llamados problemas de p-centro en los que se considera una función objetivo min-max que minimiza el valor del máximo coste de asignación. Es decir, la función objetivo es:

$$\min \quad \max_{i\in I,\, j\in J} c_{ij} x_{ij} \ .$$

Recientemente, Elloumi, Labbé y Pochet [20] han propuesto un nuevo modelo para el problema de p-centro que formula la función objetivo en términos de una expresión lineal utilizando un conjunto adicional de variables de decisión.

3. Modelos basados en recubrimientos.

En ciertos problemas discretos de localización no es necesario hacer una asignación explícita de clientes a centros abiertos. Esto ocurre cuando la demanda de cada cliente puede satisfacerse indistintamente por cualquiera de los centros abiertos que tengan al cliente en su radio de cobertura. Problemas con estas características se plantean típicamente (aunque no sólo) cuando hay que localizar servicios de emergencias y también en el caso, tan frecuente actualmente, que se deseen ubicar emisores/receptores de telecomunicación (telefonía móvil, televisión, radio, etc.). El radio de cobertura de cada centro, que no necesariamente está asociado a una distancia, se conoce *a priori* y proporciona el conjunto de clientes susceptibles de satisfacer su demanda desde ese centro. Los modelos adecuados para estos problemas se denominan localización-recubrimiento (ver p.ej. [39]). Entre ellos se encuentran los que permiten formular los problemas llamados de captura máxima [12]. En ellos se desea saber cuál es la máxima cuota de mercado (demanda total) que puede "capturarse" abriendo un conjunto de *p* plantas. Como en otros modelos para problemas discretos de localización, se definen variables binarias y_{ij} , $i \in I$ con valor 1 si se establece el centro de servicio en la ubicación potencial *i* y 0 en otro caso. Adicionalmente, se define otro conjunto de variables z_j , $j \in J$ con valor 1 si se captura la demanda del cliente *j* (el cliente *j* pertenece al radio de cobertura de alguna planta abierta) y 0 en otro caso. Si $\delta(i)$ denota el conjunto de clientes que pertenecen al radio de cobertura del centro de servicio *i* y d_j representa, como antes, la demanda del cliente $j \in J$, el problema de captura máxima se formula como:

$$(MCP) \quad \max \sum_{j \in J} d_j z_j \quad (5)$$

$$\sum_{i: j \in \delta(i)} y_i \geq z_j \qquad \forall j \in J \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} y_i = p \qquad \forall j \in J \quad (7)$$

$$y_i, z_j \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (8)$$

Nótese que en el modelo anterior las restricciones (6) imponen que si se captura la demanda de un cliente éste pertenezca al radio de cobertura de alguna de las plantas abiertas.

4. Resolución de problemas discretos de localización.

Podemos encontrar en la literatura una gran variedad de métodos de solución para los problemas de localización de plantas. Un resumen de los más relevantes se presenta en [15]. Uno de los trabajos precursores para PLP en el que se propone un algoritmo exacto de resolución del problema, que sigue siendo una referencia obligada es el debido a Erlenkotter [21]. Como siempre, son también interesantes los trabajos orientados a identificar desigualdades válidas y facetas del poliedro de soluciones posibles para el problema (véanse, p.ej. [4, 34]), puesto que éstas permiten abordar la resolución del problema recurriendo a métodos basados en la programación lineal.

Diversas técnicas se han aplicado también a la resolución de CPLP. La relajación lagrangiana alcanzó gran popularidad en los años 8090 y actualmente sigue siendo una herramienta eficaz, proporcionando cotas inferiores de calidad para CPLP tanto en el caso de asignación única como múltiple (véanse, p.ej. [5, 6, 7, 27, 33]). Más recientemente, las metaheurísticas han proporcionado una metodología apropiada para la obtención de soluciones factibles de calidad en tiempos reducidos (véanse, p.ej. [17, 23, 31]). Entre los métodos diferentes de los anteriores que también se han utilizado para resolver CPLP podemos mencionar el algoritmo de Van Roy de descomposición cruzada [40], el algoritmo exacto de Holmberg, Rónnqvist y Yuan [32] y el algoritmo de "branch and price" de Díaz y Fernández [18].

La bibliografía para los distintos problemas p-mediana y p-centro también es extensa. Pueden encontrarse algoritmos exactos (véanse, p.ej. [11, 14]), pero la naturaleza *NP-Hard* de los problemas hace que los métodos heurísticos sean la elección natural, especialmente para instancias de grandes dimensiones. Existen varios trabajos recientes basados en búsqueda de entornos variables [30], como los de Hansen y Mladenović [29] y García-Pérez *et al.* [26], aunque también se han propuesto otros algoritmos heurísticos (véanse, p.ej. [37, 38, 36]). Para el caso del problema p-mediana con capacidades podemos mencionar el reciente algoritmo de búsqueda dispersa de Díaz y Fernández [19].

Entre las numerosas referencias de la literatura que presentan métodos de resolución para problemas de localización-recubrimiento podemos mencionar [8, 9, 10, 13, 16, 24, 25], por señalar tan sólo algunas.

5. Conclusiones

En este artículo se han presentado algunos problemas discretos de localización y se han comentado algunas de sus características. Los problemas aquí descritos suponen una pequeña parte de los problemas estudiados en Localización Discreta, que también abarcan problemas Multiobjetivo [22] (sólo hemos tratado problemas en los que se desea optimizar una única función objetivo), Multietapa [2] (sólo hemos descrito problemas con un horizonte temporal de una etapa), Estocásticos [3] (hemos supuesto que los datos del problema son conocidos de forma determinista), Localización/Rutas [1] (cuando el servidor se desplaza para proporcionar servicio puede ser necesario diseñar también la ruta óptima de servicio), etc.

Debemos, sin embargo, recordar que, como se comentado en la introducción, el área de la Localización es mucho más amplia que la Localización Discreta. Por tanto, lo aquí presentado debe entenderse como una de las puntas del iceberg de un ámbito que tiene numerosas manifestaciones y aplicaciones. La Red Temática de "Análisis y aplicaciones de decisiones sobre localización de servicios y problemas relacionados", MTM2004-22566-E, agrupa en 11 nodos cerca de 90 investigadores en estos temas. En su página web

http://www-eio.upc.es/personnel/homepages/elena/indexRL.html

puede encontrarse información sobre sus objetivos, componentes y actividades. También pueden encontrarse breves monografías de otros temas de estudio de interés dentro del área de Localización.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por la red temática Análisis y Aplicaciones de Decisiones sobre Localización de Servicios y Problemas Relacionados (MTM2004-22566-E) y por el proyecto SADERYL2: Un sistema de ayuda a la toma de decisiones en problemas de rutas de vehículos y localización de servicios (TIC2003-05982-C0504).

Referencias

[1] Albareda-Sambola, M., J.A. Díaz y E. Fernández. 2005. A compact model and tight bounds for a combined location-routing problem. *Computers and Operations Research*, 32:407-428.

[2] Albareda-Sambola, M., E. Fernández, Y. Hinojosa y J. Puerto. 2005. A finite time planning horizon location-allocation model. X International Symposium on Location Decisions (ISOLDE X).

[3] Albareda-Sambola, E. Fernández y G. Laporte. 2004. Upper and Lower bounds for a Stochastic Location Routing Problem. *European Journal of Operational Research* to appear.

[4] Balinski, M.L. 1965. Integer Programming: Methods, uses, computation. *Management Science*, 12(3):253-313.

[5] Barceló, J. y J. Casanovas. 1984. A heuristic Lagrangean algorithm for the capacitated plant-location problem. *European Journal of Operational Research*, 15:212-226.

[6] Barceló, J., E. Fernández y K. Jörnsten. 1991. Results From a New Lagrangean Relaxation Algorithm for the Capacitated Plant Location Problem. *European Journal of Operational Research*, 53:38-45.

[7] Barceló, J., Å. Hallefjord, E. Fernández y K. Jörnsten. 1990. Results From a New Lagrangean Relaxation Algorithm for the Capacitated Plant Location Problem. *Operations Research Spektrum*, 12:79–88.

[8] Batta, R. y N.R. Mannur. 1990. Covering-location models for emergency situations that require multiple response units. *Management Science*, 36:16-23.

[9] Brotcorne, L., G. Laporte y F. Semet. 2003. Fast heuristics for large scale covering-location problems. *Computers and Operations Research*, 29(6), 651-665.

[10] Brotcorne, L., G. Laporte y F. Semet. 2003. Ambulance location and relocation models. *European Journal of Operational Research*, 147, 451-463.

[11] Beasley, J.E. 1985. A note on solving large p-median problems. *European Journal of Operational Research*, 21:270-273.

[12] Church R.L. y C. Revelle. 1974. The maximal covering location problem. *Papers Regional Science*, 32:101-18.

[13] Colomé, R., H. Lourenço y D. Serra. 2004. A New Chance - Constrained Maximum Capture Location Problem. *Annals of Operations Research*, 122:121-139.

[14] G. Cornuéjols, M. L. Fisher, y G. L. Nemhauser. 1977. Location of bank accounts to optimize cost: An analytical study of exact and approximate algorithms. *Management Science*, 23:789-810.

[15] Cornuéjols, G., Nemhauser, G.L. y Wosley, L.A. 1990. The Uncapacitated Facility Location Problem. *Discrete Location Theory*. Mirchandani, P. V. y Francis, R.L. (eds.). Wiley, Chichester.

[16] Daskin, M. 1983. The maximal expected covering location model: formulation, properties and heuristic solution.

Transportation Science, 17, 48-70.

[17] Delmaire, H., J.A. Díaz, E. Fernández y M. Ortega. 1999. Reactive GRASP and Tabu Search Based Heuristics for the Single Source Capacitated Plant Location Problem. *Information Systems and Operational Research (INFOR)*, 37:194-225.

[18] Díaz, J.A. y E. Fernández. 2002. A Branch and Price Algorithm for the Single Source Capacitated Plant Location Problem. *Journal of Operational Research Society*, 53(7):728-748.

[19] Díaz, J.A. y E. Fernández. 2006. Hybrid Scatter Search and Path Relinking for the Capacitated p-Median Problem. *European Journal of Operational Research*, 169(2) 570-585.

[20] Elloumi, S. M. Labbé y Y. Pochet. 2004. A new formulation and resolution method for the p-Center Problem. *INFORMS Journal on Computing*, 16(1) 84-94.

[21] Erlenkotter, E. 1978. A dual-based procedure for uncapacitated facility location. *Operations Research*, 26:992-1009.

[22] Fernández, E. y J. Puerto. 2003. The multiobjective solution of the uncapacitated plant location problem. *European Journal of Operational Research*, 145(3) 509-529.

[23] Filho V.J.M.F. y R.D. Galváo. 1998. A tabu search heuristic for the concentrator location problem. *Location Science*, 6:189-209.

[24] R.D. Galvão y C.S. ReVelle. 1996. A Lagrangean heuristic for the maximal covering location problem. *European Journal of Operational Research*, 88, 114-123.

[25] Galvão, R.D., L.G.A. Espejo y B. Boffey. 2000. A comparison of Lagrangean and surrogate relaxations for the maximal covering location problem. *European Journal of Operational Research*, 124, 377-389.

[26] García-López, F., B. Melián-Batista, J.A. Moreno-Pérez y J. M. Moreno-Vega. 2002. The parallel variable neighborhood search for the p-median problem. *Journal of Heuristics*, 28(3):375-388.

[27] Guignard M. y H. Opaswongkam. 1990. Lagrangean dual ascent algorithms for computing bounds in capacitated location problems. *European Journal of Operational Research*, 46:73-83.

[28] Hakimi, S.L. 1964. Optimal Location of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph. *Operations Research*, 12:450-459.

[29] P. Hansen and N. Mladenović. 1997. Variable neighborhood search for the p-median. *Location Science*, 5:207-226.

[30] P. Hansen and N. Mladenović y D. Pérez-Brito. 2001. Variable neighborhood decomposition search. *Journal of Heuristics*, 7(3):335-350.

[31] Hindi K.S. y K. Pieńkosz K. 1999. Efficient solution of large scale, single-source, capacitated plant location problem. *Journal of Operational Research Society*, 50:268-274.

[32] Holmberg K., M. Rónnqvist y D. Yuan. 1990. An exact algorithm for the capacitated facility location problems with single sourcing. *European Journal of Operational Research*, 113:554-559.

[33] Klincewicz, J.G. y H. Luss. 1986. A Lagrangean relaxation heuristic for capacitated facility location with Single Source Constraints. *Journal of the Operational Research Society*, 37(5):495-500.

[34] Magnanti, T.L. and T.T. Wong. 1981. Accelerating Benders decomposition: algorithmic enhancement and model selection criteria. *Operations Research*, 29(3):464-483.

[35] Mirchandani, P. B. y R.L. Francis(eds.) 1990. *Discrete Location Theory*. Wiley, Chichester.

[36] Resende, M.G.C. y R.F. Werneckz. 2004. A Hybrid Heuristic for the p-Median Problem. *Journal of Heuristics*, 10(1):59-88.

[37] Rosing, K.E. y C.S. ReVelle. 1997. Heuristic concentration: Two stage solution construction. *European Journal of Operational Research*, 97:75-86.

[38] Senne E.L.F. y L.A.N. Lorena. 2002. Stabilizing column generation using Lagrangean/surrogate relaxation: an application to p-median location problems. *European Journal of Operational Research*, to appear.

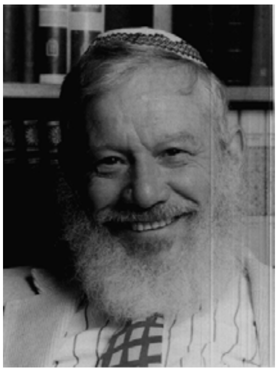
[39] Schilling, D., V. Jayaraman, y R. Barkhi. 1993. A Review of Covering Problems in Facility Location. *Location Science*, 1(1), 25-55.

[40] Van Roy, T.J. 1986. A cross-decomposition algorithm for capacitated facility location. Operations Research, 34:145-163.

[41] Weber, A. 1929. *Theory of the Location of Industries* [translated by C. J. Friedrich from Weber's 1909 book]. The University of Chicago Press.

GÉNESIS Y EVOLUCIÓN DE LA TEORÍA DE JUEGOS. SUS ORÍGENES EN ESPAÑA

Ana Meca Martínez
Centro de Investigación Operativa y
Departamento de Estadística, Matemáticas e Informática
Universidad Miguel Hernández de Elche


Robert J. Aumann


Thomas C. Schelling

1. Introducción

Con motivo de la reciente concesión del Premio Nobel de Economía 2005 al matemático israelo-estadounidense Robert J. Aumann y al economista estadounidense Thomas C. Schelling por sus contribuciones a la Teoría de Juegos, nos proponemos realizar un recorrido por el pasado y presente de la misma, tratando de dar una visión general de la naturaleza y finalidad de esta ciencia aplicada. La pretensión última de esta revisión es precisamente la de reconocer la labor de aquellas personas y grupos de investigación que han ayudado a configurar los orígenes y el desarrollo de la Teoría de Juegos en España.

La Teoría de Juegos es la disciplina matemática que se ocupa de modelar y analizar situaciones de conflicto y cooperación entre decisores racionales e inteligentes (Myerson, 1991). Estudia el comportamiento racional de al menos dos decisores cuyas decisiones afectan y, al mismo tiempo, se ven afectadas por las de los demás. Si bien "Teoría de decisión interactiva" (Aumann, 1985) o "Análisis de conflictos" (Luce and Raiffa, 1957) podrían ser nombres más descriptivos para dicha disciplina, es, sin embargo, "Teoría de Juegos" la denominación internacionalmente adoptada. Ésta se toma de la semejanza formal existente entre ciertos problemas de decisión interactivos y los juegos de estrategia, como por ejemplo el ajedrez, y utiliza la simbología de los juegos para discutir la lógica de las relaciones estratégicas. En un juego cada jugador debe