

- [38] Senne E.L.F. y L.A.N. Lorena. 2002. Stabilizing column generation using Lagrangean/surrogate relaxation: an application to p-median location problems. *European Journal of Operational Research*, to appear.
- [39] Schilling, D., V. Jayaraman, y R. Barkhi. 1993. A Review of Covering Problems in Facility Location. *Location Science*, 1(1), 25-55.
- [40] Van Roy, T.J. 1986. A cross-decomposition algorithm for capacitated facility location. *Operations Research*, 34:145-163.
- [41] Weber, A. 1929. *Theory of the Location of Industries* [translated by C. J. Friedrich from Weber's 1909 book]. The University of Chicago Press.

## GÉNESIS Y EVOLUCIÓN DE LA TEORÍA DE JUEGOS. SUS ORÍGENES EN ESPAÑA

Ana Meca Martínez  
 Centro de Investigación Operativa y  
 Departamento de Estadística, Matemáticas e Informática  
 Universidad Miguel Hernández de Elche



Robert J. Aumann



Thomas C. Schelling

### 1. Introducción

Con motivo de la reciente concesión del Premio Nobel de Economía 2005 al matemático israelo-estadounidense Robert J. Aumann y al economista estadounidense Thomas C. Schelling por sus contribuciones a la Teoría de Juegos, nos proponemos realizar un recorrido por el pasado y presente de la misma, tratando de dar una visión general de la naturaleza y finalidad de esta ciencia aplicada. La pretensión última de esta revisión es precisamente la de reconocer la labor de aquellas personas y grupos de investigación que han ayudado a configurar los orígenes y el desarrollo de la Teoría de Juegos en España.

La Teoría de Juegos es la disciplina matemá-

tica que se ocupa de modelar y analizar situaciones de conflicto y cooperación entre decisores racionales e inteligentes (Myerson, 1991). Estudia el comportamiento racional de al menos dos decisores cuyas decisiones afectan y, al mismo tiempo, se ven afectadas por las de los demás. Si bien "Teoría de decisión interactiva" (Aumann, 1985) o "Análisis de conflictos" (Luce and Raiffa, 1957) podrían ser nombres más descriptivos para dicha disciplina, es, sin embargo, "Teoría de Juegos" la denominación internacionalmente adoptada. Ésta se toma de la semejanza formal existente entre ciertos problemas de decisión interactivos y los juegos de estrategia, como por ejemplo el ajedrez, y utiliza la simbología de los juegos para discutir la lógica de las relaciones estratégicas. En un juego cada jugador debe

ponderar hasta qué punto sus objetivos coinciden o se enfrentan a los de los demás, y debe entonces decidir (siempre que sea posible) si coopera o compite con todos o con alguno de ellos. Es esta mezcla de intereses conflictivos y de objetivos comunes lo que hace que la Teoría de Juegos resulte fascinante. En cada juego se busca una solución, una descripción (normativa) de lo que cada jugador debería hacer, y, dadas las acciones de todos los jugadores, cuál sería, en consecuencia, el resultado combinado de todas las acciones óptimas.

Como indicamos en la definición inicial, hay dos suposiciones básicas que los teóricos de juegos generalmente hacen acerca de los jugadores: son racionales y son inteligentes. Cada uno de estos adjetivos se utiliza en un sentido técnico que requiere alguna explicación. Un decisor es racional si sabe lo que quiere, actúa tratando de conseguir lo que quiere y es capaz de discernir cuáles son sus mejores acciones para la consecución de sus objetivos. Por su parte, en este ámbito decimos que un jugador es inteligente si sabe todo lo que nosotros sabemos acerca del juego y es capaz de realizar cualquier inferencia sobre la situación que nosotros podamos hacer.

De todo lo anterior podemos concluir que la Teoría de Juegos es una teoría ideal normativa y no descriptiva. Como van Damme (1991) señala, "Game Theory is a normative theory: it aims prescribe what each player in a game should do in order to promote his interests optimally". Sin embargo Selten (1994) da un paso adelante, y en su conferencia "Game Theoretic Approaches" impartida en el NATO Advanced Study Institute on Cooperation at Stony Brook en el verano de 1994 ya afirma:

"There are three types of decision and game theory: ideal-normative theory, prescriptive theory, and descriptive theory. In ideal normative game theory one assumes fully rational players and often also common knowledge of full rationality... Prescriptive game theory asks the question what a player should do if the participants in the game are not fully rational... Descriptive game theory is not concerned with the question how players should act, but how they actually do

act ...Experimental observations strongly suggest that human players in games usually do not optimize, do not have utility functions, and do not form probability distributions. Thus the question arises: what do players do instead?"

Si la Teoría de Juegos no puede considerarse descriptiva es porque la suposición que continuamente hace, relativa a la racionalidad e inteligencia de los jugadores, está considerablemente alejada de la realidad. No obstante, uno de los temas que comienza a despertar interés entre los investigadores es el modelo de racionalidad limitada. Algunas revisiones interesantes sobre esta cuestión son Aumann (1997), Rubinstein (1990, 1998), Gigerenzer and Selten (2001).

## 2. Orígenes de la Teoría de Juegos

Tradicionalmente se ha considerado que el primer teorema formal en Teoría de Juegos fue demostrado por E. Zermelo en un artículo sobre el Ajedrez publicado en alemán en 1913 (Zermelo, 1913). Sin embargo, según Arrow (2003) los orígenes del concepto de estrategia mixta se remontan a la publicación de un libro a principios del siglo XVIII del matemático francés Pierre Remond de Montmort, y a la correspondencia posterior entre éste y el joven Nicolás Bernoulli. En una de las cartas (todas ellas incluidas en la segunda edición del libro de Montmort en 1713) se establecía y probaba el principio del minimax para un determinado juego de azar que estaban estudiando. No obstante, nadie se preguntó si este mismo razonamiento podía aplicarse a otros juegos de estrategia.

En la moderna literatura sobre Teoría de Juegos existen muchas versiones del teorema de Zermelo (ver p.e. Aumann, 1989, p.1; Hart, 1992, p. 30; Mas-Collel et al., 1995, p. 272; Dimand and Dimand, 1996, p. 107, y Binmore, 1992, p. 32). Sin embargo, a pesar del creciente interés por el conocimiento de los orígenes de la Teoría de Juegos, existe cierta confusión al menos en la literatura en lengua inglesa, con respecto a las contribuciones de Zermelo y algunos otros pioneros. Esta confusión parecía prevalecer hasta que Schwalbe and Walker (2001) publican un trabajo en *Games and Economic Behavior* donde aclaran la situación.

Con estas notas, los propios autores demuestran que la mayoría de las afirmaciones sobre el teorema de Zermelo son de alguna forma incorrectas. Sólo aquella que afirma que el Ajedrez es un juego determinado está suficientemente próxima a lo que realmente Zermelo demostró, pero incluso ésta cubre sólo una pequeña parte de su artículo (una traducción al inglés del mismo puede encontrarse en el apéndice). En su breve recorrido por los trabajos de Zermelo, König y Kalmár, ponen de manifiesto que estos matemáticos estuvieron trabajando con lo que, actualmente, nosotros llamaríamos juegos bipersonales finitos de suma nula con información perfecta. El punto de partida común para su análisis fue el concepto de una posición ganadora, definida formalmente como sigue: si un jugador está en una posición ganadora, siempre puede forzar una ganancia no importa cuál sea la estrategia que el otro jugador pudiera emplear. Entonces buscaron una respuesta a las siguientes preguntas: dado que un jugador está en una posición ganadora, ¿existe una cota superior para el número de movimientos en los cuales puede forzar una ganancia? O, si este jugador está en una posición perdedora, ¿cuánto tiempo puede posponer una pérdida?

En consecuencia, Zermelo, König y Kalmár no se ocuparon de los problemas de interacción estratégica y equilibrio. Ellos no se plantearon la cuestión de cómo se debería comportar un jugador para alcanzar un buen resultado. Ésta fue la principal pregunta que se hicieron Borel y von Neumann, cuyas principales preocupaciones fueron la interacción estratégica entre los jugadores y el concepto de equilibrio (pilar básico de la moderna Teoría de Juegos no cooperativos). Las cuestiones de Zermelo, König y Kalmár fueron contestadas en los trabajos de Kalmár (1928, 1929), con un nivel tan alto de generalidad, que no han generado ninguna línea de investigación posterior.

### 3. Desarrollo de la Teoría de Juegos

El enfoque moderno del análisis de las situaciones conflictivas es generalmente atribuido a John von Neumann, por sus artículos de 1928 y 1937 en los que prueba el

Teorema Minimax. No obstante, Borel escribe en los años 20 (Borel, 1921,1924) algunos trabajos en los que demuestra el Teorema Minimax para ciertas situaciones particulares, aunque conjetura que es falso en general. Además, formaliza el concepto de estrategia mixta (Fréchet y von Neumann publican en 1953 un comentario sobre los artículos de Borel).

A pesar de todo, la Teoría de Juegos no recibió prácticamente ninguna atención hasta que von Neumann<sup>1</sup> coincidió en la Universidad de Princeton con el economista Oskar Morgenstern, y ambos publicaron en 1944 su ya famoso libro significativamente titulado *Theory of Games and Economic Behavior*, en el que los autores reúnen todas sus ideas sobre cómo modelar y explicar el comportamiento económico. La publicación de esta obra causó enorme impacto entre matemáticos y economistas. La Teoría de Juegos comienza entonces su propio camino como una disciplina científica. Una interesante discusión sobre los papeles complementarios que von Neumann y Morgenstern jugaron en el nacimiento de la Teoría de Juegos puede encontrarse en Leonard (1995).

En los años 50 y en los primeros 60, numerosos artículos desarrollaban la teoría o mostraban su utilidad al aplicarla a diversas situaciones económicas. De esta época son los cinco números de la colección *Annals of Mathematics Studies*, monográficamente dedicados al estudio de los juegos, en los que se pueden encontrar muchas de las ideas que fueron desarrollándose en los años siguientes. John Nash (1950a, 1951) establece las bases generales para la teoría no cooperativa<sup>2</sup>, definiendo y estudiando el concepto de equilibrio no cooperativo; y también para la teoría cooperativa, a través del problema de regateo (Nash, 1950b), referencia central en la literatura relacionada con el problema de

<sup>1</sup> Poundstone (1995) publica una interesante biografía de John von Neumann, a la vez que describe el nacimiento y los primeros pasos de la Teoría de Juegos.

<sup>2</sup> Una completa biografía de John Nash puede encontrarse en Nasar (1998).

negociación<sup>3</sup>. Lloyd Shapley (1953) define un valor para juegos cooperativos y co-inventa el Core con D.B. Gillies (1953). Entre tanto Albert Tucker (1955) formaliza el dilema del prisionero, un ejemplo de juego bipersonal de suma no nula introducido en Flood (1952) y extensamente estudiado en Teoría de Juegos.

En esa década se celebran, en Princeton, tres conferencias en Teoría de Juegos con la participación activa de von Neumann y Morgenstern. Posteriormente, dicha universidad publicó los cuatro volúmenes clásicos de Contributions to the Theory of Games. La Rand Corporation (RAND) acaba de abrir sus puertas en Santa Mónica y durante muchos años será un centro principal de investigación en Teoría de Juegos. Prueba de ello son las publicaciones de los libros Games and Decisions (R. Luce and H. Raiffa, 1957) y The Strategic of Conflict (T.C. Schelling, 1960). Finalmente, es importante destacar que ya se producen algunas aplicaciones en Economía. En particular, los modelos de equilibrio competitivo (Debreu, 1952,1959).

A mediados de los 60 se asistió a un cierto estancamiento de la Teoría de Juegos: las enormes expectativas que despertó en un principio se revelaron excesivas, puesto que muchos habían visto en ella un instrumento capaz de revolucionar en pocos años las Ciencias Sociales. A pesar de que esta mitad de década no fue gloriosa para la Teoría de Juegos, cabe destacar su expansión geográfica, atravesando las fronteras de Princeton y la RAND; se establecen importantes centros de investigación en Israel, Alemania, Bélgica y la antigua Unión Soviética. Quizás lo más importante de esta época fue la fuerte conexión que surge entre la Teoría de Juegos y la Economía

<sup>3</sup> Como Harol Kuhn mencionó durante el seminario del premio Nobel celebrado en Diciembre de 1994 (recogido en Kuhn et al, 1996): "... these results did not respond to some suggestion of von Neumann, nor did they followed work that he had outlined or propose; rather they were revolutionary new ideas that ran counter to von Neumann's theory."

Matemática.

Pasado el entusiasmo inicial, cuando las cosas se pusieron en su lugar, se comprobó que la Teoría de Juegos es una teoría matemática de gran utilidad para el estudio riguroso de las Ciencias Sociales. Entonces comenzó su verdadero auge (coincidiendo en el tiempo con la aparición de la revista International Journal of Game Theory, fundada por Oskar Morgenstern en 1972<sup>4</sup>), que comprende desde los años 70 hasta la actualidad. El renacimiento de la teoría fue decisivamente impulsado por el desarrollo de los modelos no cooperativos. Se crearon otros nuevos centros de investigación en Francia, Holanda, Japón, Inglaterra, India y en numerosas Universidades de Estados Unidos. Avances como los refinamientos del equilibrio de Nash, que se originan en Selten (1975), o los juegos con información incompleta, desarrollados en Harsanyi (1967, 1968), abren un inmenso panorama de aplicación en el Análisis Económico y son la base a partir de la cual se desarrolla la llamada economía de la información. Todo esto atrajo de nuevo el interés de los economistas que, al igual que contribuyeron al lanzamiento de la Teoría de Juegos en los años 40, han provocado su renacimiento y definitivo afianzamiento en el panorama científico en las últimas décadas.

Posteriormente, y fruto del gran desarrollo que la Teoría de Juegos ha mostrado en décadas recientes, aparecen otras revistas específicas como Games and Economic Behavior, en 1989, e International Game Theory Review, en 1999. Esta última se publica a través de la Sociedad Internacional de Juegos Dinámicos (International Society of Dynamics Games), creada en Helsinki en 1990. En Enero de 1999 se funda la Sociedad Internacional de Teoría de Juegos (Game Theory Society), presidida por Robert J. Aumann, con el fin de promover la investigación y aplicación de la Teoría de Juegos. Su Comité Consultivo, formado por 5

<sup>4</sup> En ese mismo año se crea la revista Mathematics of Operations Research, la cual se organizó, en principio, en tres áreas principales, siendo una de ellas Teoría de Juegos.

miembros, cuenta con cuatro Premios Nobel de Economía: K. Arrow (1972), G. Debreu (1983), John Nash y Reinhard Selten (1994).

Actualmente esta sociedad está presidida por Ehud Kalai y cuenta con 575 miembros de 39 países diferentes, siendo España el segundo país que más miembros aporta tras Estados Unidos. El primer congreso mundial organizado por la sociedad, Games 2000: First World Congress of the Game Theory Society, se celebró en Bilbao, y el segundo, Games 2004: Second World Congress of the Game Theory Society, en Marsella.

Los párrafos anteriores ilustran la particular simbiosis entre la Teoría de Juegos y su principal campo de aplicación, el Análisis Económico. Sin embargo, no es el único campo de aplicación puesto que, lo queramos o no, la conflictividad y la cooperación están presentes en cualquier actividad en la que participe más de un decisor. Es por ello que la Teoría de Juegos tiene otras múltiples aplicaciones en todas las disciplinas que, de un modo u otro, estudian el comportamiento de los individuos, como las Ciencias Sociales, Ciencias Políticas e incluso las Ciencias Biológicas cuando se ocupan de la evolución e interacción de las especies.

El reconocimiento público de la gran importancia que la Teoría de Juegos ha tenido en el desarrollo del Análisis Económico moderno se produjo en 1994, cuando se concedió el premio Nobel de Economía a tres especialistas en Teoría de Juegos: John Harsanyi, John Nash y Reinhard Selten. Y como ya hemos anunciado, se ha confirmado en 2005 con la concesión del premio Nobel de Economía los profesores R.J. Aumann y T.C. Schelling.

#### **4. Teoría de Juegos en España**

En la actualidad, la Teoría de Juegos es una de las principales líneas de investigación dentro de la Teoría Económica y de la Investigación Operativa en España. Prueba de ello es el gran número de publicaciones de autores españoles que pueden encontrarse en revistas específicas de Teoría de Juegos, de Investigación Operativa, y de Economía.

Los inicios de la Teoría de Juegos en España

se remontan a mediados de los años principios de los 60, coincidiendo con la creación en 1962 de la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa (SEIO). Puede decirse que las primeras investigaciones en Teoría de Juegos en España fueron realizadas por investigadores que se ubicaban básicamente en el marco de la Teoría de la Decisión (Sixto Ríos), de la Teoría del Equilibrio General Competitivo (Andreu Mas-Colell) o de la Teoría de Elección Social (Salvador Barberá), pero que se orientaban, entre otras disciplinas, hacia la Teoría de Juegos.

Comenta el Profesor Sixto Ríos en el apéndice de su libro *Introducción a los Métodos de la Estadística*, cuando habla de la Investigación Operativa, aplicaciones industriales, militares etc.:

"Dos tipos de modelos conocidos con los nombres de juegos de estrategia y programación lineal han llegado a un desarrollo especialmente importante en la I.O. ... la íntima conexión de esta teoría con la de las funciones estadísticas de decisión, en que Wald ha demostrado (1950) que los problemas de decisión estadística pueden interpretarse como juegos bipersonales de suma cero y la de la programación lineal, hacen de la teoría de von Neumann una teoría central de la Matemática moderna."

Durante las décadas de los 50, 60 y 70, el Prof. Sixto Ríos dirigió, entre otras, tres tesis doctorales en Teoría de Juegos (Procopio Zoroa, 1955; Segundo Gutiérrez Cabria, 1967; Julián de la Horra Navarro, 1977), y tres en Teoría de Decisión (Rafael Infante Macias, 1969; Miguel Ángel Gómez Villegas, 1976; Francisco Javier Girón González-Torre, 1976). Los autores de dichas tesis, dirigieron posteriormente otras tesis doctorales (Marco Antonio López Cerdá, 1973; Francisco Ramón Fernández García, 1975; Luis Arnoldo Prado Campos, 1982; Eusebio Gómez Sánchez del Manzano, 1984; Carmen Noemí Zoroa Alonso, 1985; Juan Tejada, 1986) también en Teoría de Juegos, extendiéndose aún más, en algunos casos, este proceso (Enriqueta Vercher, 1981). Por otra parte, el Prof. José Antonio Cristobal Cristobal, de la Universidad de Santiago de Compostela (actualmente en la Universidad

de Zaragoza), dirigió una tesis en Teoría de Juegos (José Manuel Prada Sánchez, 1980), cuyo autor también dirigió, posteriormente, una tesis en Teoría de Juegos (Ignacio García Jurado, 1989). Cabe destacar en este periodo la defensa de otra tesis<sup>5</sup> en Teoría de Juegos (Francesc Carreras Escobar, 1980), así como la publicación del primer texto en Teoría de Juegos:

*F.J. Girón González-Torre y M.A. Gómez Villegas (1977). Teoría de Juegos. Unidades Didácticas 1-6. Madrid: UNED.*

De forma "casi paralela", pero independiente, la Teoría de Juegos se inicia en España a través de la Teoría Económica. Desde sus comienzos, los economistas no se centraron en desarrollar sus investigaciones en Teoría de Juegos propiamente dicha, sino que como comenta Carmen Herrero "... se han planteado y se plantean problemas económicos cuya herramienta es la Teoría de Juegos. Y entonces, desarrollan modelos enriquecidos que a su vez generan otras preguntas que hacen avanzar la teoría". La línea económica de la Teoría de Juegos en España se desarrolló mediante jóvenes investigadores que realizaron sus tesis doctorales en Estados Unidos (Andreu Mas-Colell, 1972; Salvador Barberá, 1975; Fernando Vega-Redondo, 1984; Jordi Massó, 1988), o en Europa (Carmen Herrero, 1979; Luis Corchón, 1980; Antonio Villar, 1983; Elena Iñarra, 1987; Emilio Calvo, 1989; José Manuel Zarzuelo, 1989), y que posteriormente se ubicaron en departamentos de Economía de alguna universidad española.

Las primeras publicaciones en Teoría de Juegos, de autores trabajando en universidades españolas, en revistas internacionales fueron:

*López M.A., Governa M.A., Pastor J.T. y Vercher E. (1984). Alternative Theorems for Infinite Systems with Applications to Semi-Infinite Games. Nieuw Archief Voor Wiskunde 4, pp. 218-234.*

*López M.A. and Vercher E. (1986). Convex Semi-infinite Games. Journal of Optimization*

*Theory and Applications 50, pp. 289-312.*

*Gómez E. (1988). Games with Convex Payoff Function in the First Variable. International Journal of Game Theory 17, pp. 201-204.*

No obstante, existe una publicación de Andreu Mas-Collel en 1980: "Remarks on the Game-Theoretic Analysis of a Simple Distribution of Surplus Problems", en *International Journal of Game Theory*, vol. 9, n.º.3, pero él estaba entonces en la Universidad de California en Berkeley.

En base a todo esto, podemos concluir que la Teoría de Juegos se origina en España a través de dos vías bien diferenciadas inicialmente: Estadística e Investigación Operativa, y Economía. Y que sus principales precursores fueron los profesores Sixto Ríos, en el marco de la Teoría de la Decisión (mediados de los 50), y Andreu Mas-Colell junto con Salvador Barberá, en el marco de la Economía (principios de los 70).

Sin embargo, debemos señalar que el desarrollo de esta disciplina en nuestro país ha sido especialmente importante en los últimos 15 años, aunque su trayectoria no ha sido, en modo alguno, similar a la seguida en los países pioneros en la materia. García-Jurado (2003) describe muy acertadamente el comienzo de dicho desarrollo, a principios de los 90, y el papel catalizador que el profesor Stef Tijs ha jugado en el mismo, cuando comenta: "It is clear that the Spanish game theoretical production increased enormously since 1990. Obviously, Stef is not the only responsible for this (many things have changed in Spain in the last years), but I certainly assert that he has been one of the catalytic ingredients for this development."

En efecto, a partir de 1990 se produce un notable incremento de publicaciones teóricas, de investigadores españoles, en revistas internacionales. A modo de ejemplo, podemos decir que antes de 1990, en los dieciocho volúmenes de IJGT sólo dos artículos tienen alguna relación con España, y éstos son Mas-Collel (1980) y Gómez (1988). Desde 1990 la producción española en Teoría de Juegos en revistas internacionales ha ido aumentando progresivamente. En el último

<sup>5</sup> Para más información sobre las mismas consultar la base de datos TESEO.

volumen de *International Journal of Game Theory* (volumen 33, 2004-2005) se han publicado 39 artículos, 8 de los cuales están escritos por españoles, siendo sólo dos de los mismos escritos conjuntamente entre españoles y no españoles

En la actualidad, las dos vías de origen de la Teoría de Juegos en España han llegado a converger en un camino común: matemáticos y economistas frecuentemente cooperan, realizando sus investigaciones de forma conjunta, a veces incluso con sociólogos, ingenieros informáticos, etc. Podemos encontrar entonces una nueva generación de teóricos de juegos en España, distribuidos en numerosos grupos de investigación, ubicados en diferentes universidades a lo largo de todo el país, que a su vez forman parte (en su mayoría) de la *Game Theory Society* y/o del grupo de Teoría de Juegos de la SEIO (creado el 7 de Noviembre de 1997 con Ignacio García Jurado como coordinador; actualmente es Gustavo Bergantiños).

Con respecto a los foros de discusión y difusión de las investigaciones que se están llevando a cabo en España, podemos destacar el ya consolidado *Spanish Meeting on Game Theory*. La primera edición del mismo (organizada por Federico Valenciano) se celebró en Bilbao en 1994 (Encuentro en Teoría de los Juegos, Bilbao 1994). Fue tal el éxito alcanzado que se decidió repetir el evento cada dos años. A partir de la segunda edición, celebrada en Santiago de Compostela en 1996 (bajo la dirección de Ignacio García Jurado), aumentó considerablemente el número de participantes extendiéndose a un ámbito más internacional, y cambiando su denominación a *II Spanish Meeting on Game Theory*. Las tres ediciones siguientes se celebraron en Barcelona en 1998 (*III Spanish Meeting on Game Theory*, organizado por Carles Rafels), en Valencia en 2000 (*IV Spanish Meeting on Game Theory and Eight Summer Meeting in Game Theory*, organizado por Amparo Urbano), y en Sevilla en 2002 (*Fifth Spanish Meeting on Game Theory and European Voting Games*, organizado por Mario Bilbao y F. R. Fernández). La última edición, *VI Spanish Meeting on Game Theory and Practice*, se celebró en Elche en 2004 (organizada por el grupo GATHER). Hasta ese momento, el

congreso estuvo abierto a participantes de todo el mundo y el lenguaje oficial era el inglés, aunque siempre se desarrollaron algunas sesiones en castellano. Desde el presente año, ha pasado a formar parte de un encuentro conjunto con Italia y Holanda, que se pretende realizar anualmente, de forma consecutiva, en cada uno de los países promotores. Su área de interés cubre todos los aspectos de la Teoría de Juegos y sus aplicaciones. La primera edición *First Spain Italy Netherlands Meeting on Game Theory (SING 1)*, se ha celebrado en Maastrich (Holanda) en 2005. La siguiente edición, *SING 2* se celebrará en Foggia (Italia) en 2006.

Finalmente, queremos resaltar que en la última etapa de edición de la revista *TOP*, el número de publicaciones sobre Teoría de Juegos ha aumentado considerablemente, siendo en promedio, en la actualidad, un tercio del total.

**Agradecimientos.** Me gustaría mostrar mi más sincero agradecimiento a todos aquellos profesores que, de una forma u otra, han colaborado en la realización de este trabajo: Emilio Calvo, Ignacio García Jurado, Segundo Gutiérrez Cabria, Francisco Javier Girón, Miguel Angel Gómez Villegas, Carmen Herrero, Julian de la Horra, Marco Antonio López, Domingo Morales, Justo Puerto, Joaquín Sicilia, Juan Tejada, Federico Valenciano, Enriqueta Vercher, José Manuel Zarzuelo y Noemí Zoroa. Y en especial a mis compañeros del grupo GATHER.

## Referencias

1. Aumann R.J. (1985). What is game theory trying to accomplish? In K.Arrow and Honkapohja (eds.), *Frontiers of economics*. Blackwell.
2. Aumann R.J. (1989). *Game Theory*. In J Eatwell, M. Milgate and P. Newman (eds.), *The New Palgrave: Game Theory*. London: Macmillan Press.
3. Aumann R.J. (1997). Rationality and bounded rationality. In S. Hart and A. Mas-Colell (eds.), *Cooperation: Game-Theoretic Approaches*, *Proceedings of a NATO Advanced Study Institute held at Stony Brook, NY, July, 1994*. Springer-Verlag, Berlin, pp. 219-231.

4. Arrow K.J. (2003). Introductory remarks on the history of game theory. *Games and Economic Behavior* 45 pp. 15-18.
5. Binmore K. (1992). *Fun and Games: A Text on Game Theory*. Lexington: D.C. Heath.
6. Borel E. (1921). La théorie du jeu et équations intégrales á noyau symétrique. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (Paris)* 173 pp. 1304-1308.
7. Borel E. (1924). Sur les jeux où interviennent l'hasard et l'habilité des joueurs. Dans J.Hermann (ed.), *Élèments de la Théorie des Probabilités*. Librairie Scientifique.
8. Dimand M.A. and Dimand R.W. (1996). *A History of Game Theory, Vol. 1: From the Beginnings to 1945*. London: Routledge.
9. Debreu G. (1952). A social equilibrium existence theorem. *Proceedings of the National Academy of Science* 38 pp. 886-893.
10. Debreu G. (1959). *Theory of Value*. New York. Wiley.
11. Flood M. M. (1952). Some experimental games. *Research Memorandum RM-789, The RAND Corporation, Santa Mónica*.
12. Fréchet M. and von Neumann J.(1953). Commentary on the Borel note. *Econometrica* 21 pp. 118-127.
13. García-Jurado I. (2003). The work of Stef Tijs in Game Theory. *Trabajos de I+D del CIO, I-2003-12, Universidad Miguel Hernández de Elche*.
14. Gillies D.B. (1953). *Some Theorems on N-person Games*. Ph.D. Dissertation, Department of Mathematics, Princeton University.
15. Gigerenzer, G. and Selten R. (2001). *Bounded Rationality: The Adaptive Toolbox*. The MIT Press, Cambridge, MA.
16. Harsanyi J.C. (1967-68). Games with incomplete information played by bayesian players (Parts I, II and III). *Management Science* 14 pp. 159-182.
17. Hart S. (1992). Games in extensive and strategic forms. In R.J. Aumann and S. Hart (eds.), *Handbook on Game Theory (Vol. 1)*. North-Holland.
18. Kuhn H.W., Harsanyi J.C., Selten R., Weibull J.W., van Damme E.E.C., Nash J.F. and Hammerstein P. (1996). *The Work of John Nash in Game Theory*. *Journal of Economic Theory* 69, 153-185.
19. Kalmár (1928,29). *Acta Sci. Math. Szeged*, 4, 65-85.
20. König (1927). *Acta Sci. Math. Szeged*, 3, 121-130.
21. Leonard R.J. (1995). From Parlor Games to Social Science: von Neumann, Morgenstern and the Creation of Game Theory 1928-1944. *Journal of Economic Literature* 33, 730-761.
22. Luce R.D. and Raiffa H. (1957). *Games and decisions*. Wiley.
23. Mas-Colell A., Whinston M.D. and Green J.R. (1995). *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, New York.
24. Myerson R.B. (1991). *Game Theory*. Harvard University Press.
25. Nasar S. (1999). *A beautiful mind*. Touchstone, New York.
26. Nash J.F. (1950a). Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 36 pp. 48-49.
27. Nash J.F. (1950b). The bargaining problem. *Econometrica* 18 pp. 155-162.
28. Nash J.F. (1951). Non-cooperative games. *Annals of Mathematics* 54 pp. 286-295.
29. Poundstone W. (1995). *El dilema del prisionero*. Alianza Editorial.
30. Ríos S. (1952). *Introducción a los Métodos de la Estadística*. Madrid: Nuevas gráficas.
31. Rubinstein A. (1990). New directions in economic theory - Bounded rationality. *Revista Española de Economía* 7 pp. 3-15.
32. Rubinstein A. (1998). *Modeling bounded rationality*. The MIT Press.
33. Schelling T.C. (1960). *The Strategic of Conflict*. Harvard University Press.
34. Schwalbe U. and Walker P.(2001). Zermelo and the Early History of Game Theory. *Games and Economic Behavior* 34, 123-137.



35. Selten R. (1994). Descriptive approaches to cooperation. In S. Hart and A. Mas-Colell (eds.), *Cooperation: game-theoretic approaches*. NATO ASI series. Springer-Verlag.
36. Selten R (1975). Reexamination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games. *International Journal of Game Theory* 4 pp. 25-55.
37. Shapley L.S. (1953). A Value for N-person Games. In HW Karlin and AW Tucker (eds), *Contributions to the Theory of Games II*, Princeton University Press, pp. 307-317.
38. Tucker A.W. (1955). *Game theory and Programming*. Department of Mathematics, The Oklahoma Agricultural and Mechanical College, Stillwater (mimeo).
39. van Damme E. (1991). *Stability and perfection of Nash equilibria*, second, revised and enlarged edition. Springer-Verlag.
40. von Neumann J.(1928). Zur Theorie der Gesellschaftsspiele. *Math. Annal.* 100, 295-320.
41. von Neumann J.(1937). Über ein ökonomisches gleichungssystem und eine verallgemeinerung des Brouwerschen fixpunktsatzes. *Ergebnisse eines Mathematik Kolloquiums* 8 pp. 73-83.
42. von Neumann J. and Morgenstern O. (1944). *Theory of games and economic behavior*. Princeton University Press.
43. Zermelo E. (1913). Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels. *Proceedings 5th International Congress of Mathematicians* 2 pp. 501-504.

### 3. ARTÍCULOS DE APLICACIÓN

#### LA DETERMINACIÓN DEL «LUGAR DE LA MANCHA» COMO PROBLEMA ESTADÍSTICO

F. Javier Girón y M. Jesús Ríos

Departamento de Estadística, Universidad de Málaga y Universidad Complutense de Madrid

“En un lugar de la Mancha de cuyo nombre no quiero acordarme ...”

Desde la primera frase, Cervantes establece el principio que regula toda la redacción de ‘El Quijote’: la incertidumbre. Incertidumbre autoral, incertidumbre nominativa, incertidumbre genérica y, en consecuencia, el ojo crítico de la imaginación, dándole “una segunda realidad” a lo que pasa por ser “realidad”.

Carlos Fuentes (2005)

#### 1 Introducción

Muchos —curiosos y estudiosos— han sido los que desde la publicación de la primera parte del *Quijote* por Miguel de Cervantes en

1605, han intentado situar *el lugar de la Mancha* dentro del territorio geográfico de esa zona. Algunos teóricos de la Literatura han opinado que ese lugar era puramente imaginario, por lo que no tendría sentido buscarlo. No obstante, está claro que Cervantes —desde la primera frase «*En un lugar de la Mancha de cuyo nombre no quiero acordarme [...]*», hasta uno de los últimos párrafos del último capítulo de la segunda parte de la novela «*Este fin tuvo el Ingenioso Hidalgo de la Mancha, cuyo lugar no quiso poner Cide Hamete puntualmente, por dejar que todas las villas y lugares de la Mancha contendiesen entre sí por ahijársele y tenérsele por suyo, como contendieron las siete ciudades de Grecia por Homero*»—, va dejando caer pistas que, aunque no exentas de inconsistencias en algunos casos, llevan al convencimiento de que hay realismo