

## THE CDPYE ENVIRONMENT: AN INTERACTIVE SUPPORT FOR STUDYING PROBABILITY AND STATISTICS

María Jesús García-Ligero Ramírez

Aurora Hermoso Carazo

Juan Antonio Maldonado Jurado

Patricia Román Román\*

Francisco de Asís Torres Ruiz

Departamento de Estadística e I.O.

Universidad de Granada

### Abstract

CDPYE is an interactive environment designed to provide an attractive material to the students of Probability and Statistics, which complements the contents developed by the teacher in the classroom, allowing them to have a mechanism of autonomous learning. This question is carried out by means of several interrelated modules including the different steps followed by a student in the learning process. In this paper we present this environment and provide a description of its modules, showing their capacities in this context.

**Keywords:** Didactics of Probability and Statistics, Interactive environments.

### 1. Introducción

Desde hace bastante tiempo hay un movimiento de cambio claro en lo que concierne a los estudios universitarios y, más concretamente, en lo relativo a las técnicas y procedimientos docentes en todas sus vertientes. Todos los estamentos universitarios son conscientes de que los tiempos han cambiado: las posibilidades técnicas y tecnológicas han experimentado una transformación, tanto cualitativa como cuantitativa, espectacular; las necesidades de la sociedad hacen que los futuros profesionales respondan a un perfil en el cual no sólo se deba tener en cuenta la posesión de una ingente cantidad de conocimientos, sino que, además, deben ser capaces de mostrar habilidades y aptitudes de diversa índole: deben saber enfrentarse a un problema o situación concreta, saber analizar y esquematizar los diversos aspectos que lo conforman y organizar un plan debidamente estructurado que conduzca a una solución satisfactoria. Esto conlleva que hoy día se le pida al alumno una mayor implicación en el desarrollo de su formación puesto que debe prepararse para afrontar problemas y resolverlos, partiendo de unas directrices básicas planteadas por sus formadores. Esa mayor implicación conlleva una mayor dedicación al estudio personal, para lo cual el alumno debe disponer de un material adecuado a tal fin.

Este proceso de cambio se ha visto aún más po-

tenciado recientemente al amparo de la filosofía subyacente relacionada con la implantación del Espacio Europeo de Educación Superior. En este sentido, las universidades españolas, y en particular la de Granada, están haciendo un esfuerzo con la intención de que el profesorado pueda incorporarse a este proceso de forma progresiva y con garantías. Este esfuerzo se plasma en la creación de diversos Planes de Calidad e Innovación Docente con actuaciones dirigidas a mejorar el papel formativo de la institución universitaria e incrementar su valor público. Asimismo hay que indicar que, a nivel andaluz, estos planes, propios de cada universidad, están potenciados e incentivados de forma directa por la UCUA (Unidad para la Calidad de las Universidades Andaluzas) mediante la publicación y reconocimiento de los trabajos realizados como consecuencia de estas convocatorias por las propias Universidades, o a la cofinanciación de las mismas en función del presupuesto disponible. De esta forma, la Universidad de Granada ha planteado un paquete de actuaciones que pretenden rentabilizar los esfuerzos realizados por grupos, centros y departamentos a lo largo del tiempo y recoger propuestas específicas de trabajo. Asimismo se propone potenciar la creación de nuevos grupos de innovación y consolidar los existentes, impulsar la renovación metodológica, promover la elaboración de material didáctico y difundir expe-

\*Corresponding Author. E-mail: proman@ugr.es; cdpYE@ugr.es

riencias contrastadas en el aula. Estas actuaciones incluyen también la difusión, tanto interna como externa, de los resultados con el objetivo de dar a conocer a la comunidad universitaria y a la sociedad los resultados de las innovaciones emprendidas. La difusión interna puede servir para la aplicación de las innovaciones en áreas similares o para la formulación de nuevos proyectos. Además, la difusión externa servirá para el reconocimiento social del esfuerzo realizado.

En el marco de este planteamiento general hay que ubicar el desarrollo del trabajo que el grupo CDPYE-UGR, conformado por los profesores firmantes de este artículo, venimos desarrollando desde hace cuatro años y del cual presentamos un extracto a continuación.

## 2. Consideraciones generales

El objetivo final que perseguimos es proporcionar a los alumnos de la Licenciatura en Matemáticas y, en general, a alumnos de asignaturas básicas de Probabilidad y Estadística de cualquier titulación (prescindiendo de algunos aspectos matemáticos rigurosos, según los casos), de material de apoyo a los contenidos teóricos y prácticos que se desarrollan en clase, sin que ello deba entenderse como un sustitutivo del profesor a la hora de explicar los contenidos de la materia, sino como un complemento a la clase presencial. En este sentido, no pretendemos simplemente la elaboración de unos apuntes, presentaciones, ejercicios resueltos, etc. (muy útiles para facilitar el aprendizaje del alumno) de forma separada, sino que todo ello esté integrado en un entorno interactivo, con posibilidad de navegación por sus módulos, con interrelaciones entre sus contenidos. Asimismo, dichos contenidos incluyen presentaciones multimedia (simulaciones de explicaciones en pizarra), programas interactivos que permiten realizar aplicaciones a problemas concretos, así como que el alumno pueda comprobar de forma interactiva los conocimientos adquiridos, bien mediante problemas desarrollados paso a paso, en los que se le incentiva mediante preguntas hacia el siguiente paso que debe seguir, o bien mediante autoevaluaciones de cada tema concreto.

Una vez fijado el objetivo marco, a continuación describimos someramente el proceso que hemos llevado a cabo en la elaboración del material que presentamos.

El primer paso que dimos fue el de determinar con exactitud el tipo de contenido que se iba a incluir así como el formato más idóneo, en relación con los objetivos perseguidos, para su inclusión. En ese sentido fue altamente positivo el juego que hicimos de situarnos en ambos lados del proceso, esto es, en el lado del profesor que debe impartir la docencia y en el del alumno (todos lo hemos sido) que ha de recibirla. Ciertamente fue bastante enriquecedor este planteamiento.

En el papel de profesor, cada miembro del equipo aportó su propia experiencia en la docencia, haciendo énfasis no solamente en aspectos concretos de las asignaturas, sino también en cuestiones de índole general que dificultan el aprendizaje del alumno. Sirva como ejemplo la unanimidad que hubo en el equipo al comentar los serios problemas que el alumno encuentra a la hora de resumir los contenidos de un tema y de presentar de forma breve y esquemática cualquier desarrollo, por ejemplo una demostración o, incluso, explicar cómo se ha ido realizando un ejercicio, o exponer de forma ordenada qué tipo de razonamientos le han conducido a adoptar tal o cual opción en su resolución.

En el papel de alumno, reflexionamos sobre qué es lo que nos gustaría que un proyecto de esta naturaleza contuviera y, sobre todo, cómo nos gustaría que nos lo presentaran teniendo en cuenta las posibilidades tecnológicas de hoy en día. ¿Cuántas veces, como alumnos, hemos tomado apuntes sobre una demostración o sobre el desarrollo de un ejercicio y, sin embargo, nos hemos limitado a *copiar* los resultados que aparecían en la pizarra y no hemos tomado nota del razonamiento lógico que ha conducido a las conclusiones que se nos presentaban?

Este tipo de situaciones, entre otras muchas, nos sirvieron de acicate para plantear la elección del material docente que se incluiría como apoyo para las asignaturas objeto de nuestro interés. En este sentido se llegó a la conclusión de que debíamos hacer un especial esfuerzo a la hora de presentar los contenidos para que estos fueran especialmente atrayentes a los alumnos, sin que ello, obviamente, fuera en detrimento de los propios contenidos. No obstante, la gran variedad de los mismos (apuntes, problemas resueltos, problemas propuestos, evaluaciones, complementos, aplicaciones, etc.) nos condujo a la imperiosa necesidad de la creación de un entorno operativo que lo integrase de manera conveniente.

Surgió así el entorno CDPYE.

Según el tipo de contenido que deseábamos incluir, y atendiendo a su presentación final en el entorno, seleccionamos diferentes tipos de elementos. Así, se consideraron, entre otros: *desarrollos de texto de evolución en secuencia*, con los que se presentarían resúmenes, contenidos teóricos relativos a conceptos y/o demostraciones, etc; *presentaciones animadas con posibilidades multimedia*, útiles para incluir simulaciones de explicaciones en pizarra, que permitirán la explicación y esquematización de determinados contenidos de mayor complejidad o difícil aprendizaje, así como para la utilización de aplicaciones interactivas para la resolución de problemas; *páginas html* para la inclusión de gráficas y aplicaciones de cálculo, así como para la simulación de experiencias, a modo de ejemplos para la mejor comprensión de determinados conceptos, y *programas de creación propia*, orientados tanto a complementar a los demás elementos, como a abrir el horizonte de cara a la autoevaluación, generación de contenidos y revisión dinámica, etc.

Una de las decisiones que más trabajo costó tomar fue la del tipo de formato más adecuado para presentar cada uno de los elementos comentados anteriormente. En particular, en los desarrollos de texto, fijos o con evolución en secuencia (que aparecen asociados a resúmenes, ciertos contenidos, y ejercicios resueltos), el problema era que este tipo de elementos incluye una buena dosis de texto y otra no menor de formulaciones matemáticas, lo cual no es una buena combinación en determinados paquetes de presentaciones. Por ello se decidió presentar este tipo de elementos bajo un formato que, por un lado, no presentara problemas en su visualización y, por otro, permitiera combinar texto con fórmulas y, dentro de lo posible, no condujera a presentaciones estáticas, sino que tuviera la posibilidad de cierta movilidad y efectos. Pensando en el tema de la visualización, se optó por un formato universalmente difundido como es PDF y que no presenta ningún problema en este sentido. Otra cuestión era en qué editor se implementaban los contenidos. Nuestra experiencia a la hora de confeccionar documentos científicos nos inclinó por LaTeX, si bien hubo que profundizar bastante en la forma de conseguir los efectos deseados, lo cual se consiguió adaptando convenientemente, según nuestras necesidades, diversos de los estilos y paquetes que LaTeX inclu-

ye: nos referimos concretamente a paquetes y estilos como TexPower, PdfScreen o Hyperref, entre otros. Por su parte, las presentaciones animadas multimedia se han realizado bajo la aplicación Microsoft PowerPoint.

En lo que respecta a la programación propia, la primera aplicación que nos planteamos fue un sistema de visualización, capaz de mostrar el contenido de todos los ficheros que íbamos a utilizar; esto es, archivos de tipo PDF (Acrobat), HTML (Web), FLA (Flash), PPS (PowerPoint), Applet (JAVA), JPG (Imagen). Este programa se generó mediante el lenguaje de programación Object Pascal utilizando el IDE Delphi 7.0, y como pantalla de visualización una instancia del explorador de Internet (Microsoft Internet Explorer) del equipo host. Los documentos son enviados a visualización activados por eventos desde un componente con estructura de árbol no dependiente del comctl32.dll de Microsoft, permitiendo la utilización de varias líneas por cada ítem del árbol. La información que muestra éste árbol reside en un fichero binario, que se genera/edita desde el propio entorno.

### 3. Descripción del entorno



Figura 1: Portada del entorno.

Después de iniciar una sesión de trabajo (la figura 1 muestra la portada del entorno) se plantea la opción de elegir entre las asignaturas *Probabilidad* o *Estadística Matemática*, pudiendo a lo largo de ella cambiar de una a otra asignatura sin necesidad de salir del entorno. No obstante, el desarrollo que hemos realizado se ha centrado, hasta el momento, en el apartado de Probabilidad.

Dentro de cada asignatura, el entorno muestra, a la izquierda, un índice de los temas que lo componen y, en la parte superior, una barra de iconos representativos de cada uno de los módulos que lo integra. Cada uno de ellos lleva asociado un color, de modo que los fondos de los materiales docentes

incluidos en cada uno de ellos tendrá un mismo color, así como los hipervínculos que los apuntan.

Los módulos de que consta CDPYE son:

**Resúmenes:** en este módulo (figura 2) se incluyen resúmenes de los diversos temas considerados, a modo de hipertexto. Cada tema lleva asociados elementos del resto de los módulos que están referenciados en su resumen.



Figura 2: Resumen de un tema en CDPYE.

**Contenidos:** este módulo es útil para disponer de un desarrollo más profundo del tema. La principal característica es la interactividad en la presentación animada de los mismos, que intenta imitar el proceso de aprendizaje habitual hasta ahora, fundamentado en clase magistral en pizarra, especialmente en demostraciones y desarrollos más complejos. La primera página del módulo de contenidos de cada tema muestra el listado de los disponibles en el mismo, diferenciados por iconos que representan su tipo de presentación: textual, textual consecutiva y multimedia. Así pues, en este módulo encontraremos explicaciones pormenorizadas de aspectos concretos de cada tema, desarrollados paso a paso, tanto en formato texto (ver figura 3) como en presentaciones multimedia que simulan una explicación en pizarra, incluyendo una voz en off que va explicando cada paso de los desarrollos que se van realizando.



Figura 3: Contenido en CDPYE: desarrollo textual.

Asimismo, dentro de este apartado, encontraremos además esquemas muy útiles (ver figura 4) para sintetizar conceptos y establecer relaciones que aclaren los mismos.

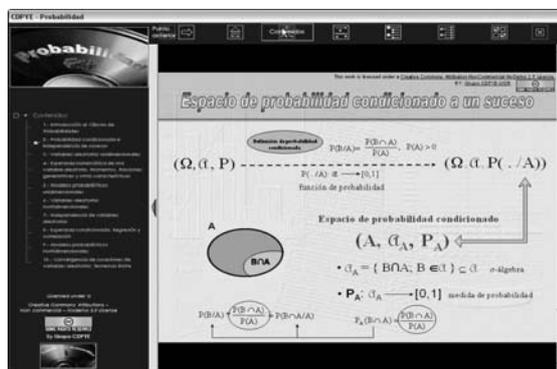


Figura 4: Contenido en CDPYE: esquema.

**Aplicaciones:** incluye un conjunto de aplicaciones complementarias en el estudio de cada tema, que cada vez están más presentes a medida que aumentan las capacidades tecnológicas: manejo interactivo de distribuciones de probabilidad (ver figura 5), visualización de gráficos interactivos, manejo de programas de cálculo específicos, etc.



Figura 5: Aplicaciones en CDPYE: distribuciones de probabilidad.

Asimismo, son de destacar aquellas aplicaciones con las cuales queremos ayudar al alumno a comprender algunas definiciones y conceptos mediante la *visualización* de ejemplos relativos a los mismos. Por ejemplo, la concepción clásica de la probabilidad mediante el uso de una baraja de cartas (ver figura 6), la concepción frecuentista de la probabilidad a partir de un juego de monedas, construcción de variables aleatorias y cálculo de sus características, etc.



Figura 6: Aplicaciones en CDPYE: probabilidad con la baraja española.

**Complementos:** en la mayoría de los textos docentes es habitual encontrar una sección de apéndices en la que se incluyen ciertos elementos de complemento en el estudio de un tema, y que no fueron ampliamente desarrollados, o incluso no tratados, en el propio contenido del mismo. Siguiendo este patrón, hemos incluido este módulo en el estudio de cada tema, que dedicamos a este tipo de anexos.

Debemos notar que hemos incluido aspectos de índole más teórica (por ejemplo, hemos considerado cuestiones como la definición subjetiva de la probabilidad, o las variables aleatorias simétricas o algunos modelos probabilísticos concretos), pero también hemos prestado atención a cuestiones aplicadas (por ejemplo, la aplicación de la probabilidad condicionada en el diagnóstico clínico o en la genética de poblaciones, o el esquema que se debe seguir en la resolución de un problema de combinatoria (figura 7)). La diversidad de tipos de complementos disponibles hace que en el listado de los mismos aparezcan diferentes iconos aludiendo a los diferentes tipos de presentaciones empleadas, siguiendo el mismo esquema que en el módulo de contenidos.

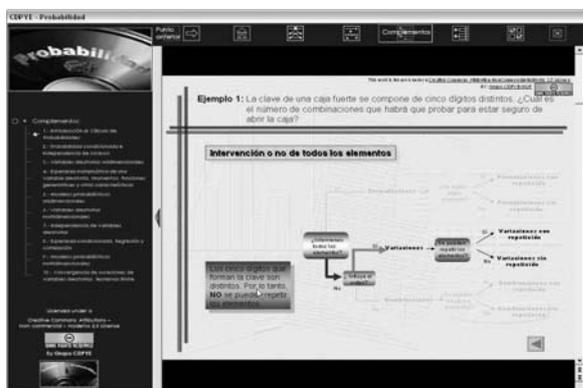


Figura 7: Complementos en CDPYE: resolución de un problema de combinatoria.

**Ejercicios:** cada tema contiene un conjunto de ejercicios, con resolución animada, que consideramos necesario para el correcto aprendizaje del mismo. A lo largo de la resolución de cada ejercicio, se dirige al alumno mediante preguntas ilustrativas que lo conduzcan hacia la solución final (ver figura 8). Con ello pretendemos que el alumno contemple de forma ordenada qué tipo de razonamientos han de conducirlo a la resolución de un determinado problema. Evidentemente, somos conscientes de que en muchas ocasiones no hay una única forma de abordar un problema concreto, pero lo que pretendemos es colaborar en la formación del alumno mediante la ordenación lógica de sus razonamientos.

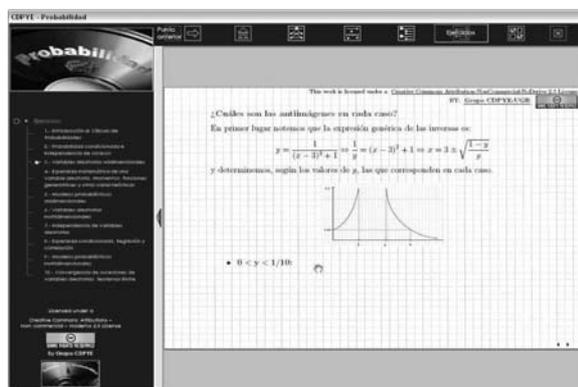


Figura 8: Ejercicios en CDPYE: resolución de un problema dirigido.

**Autoevaluaciones:** en este módulo se ofrece al alumno la posibilidad de que pueda valorar su formación. Incluye preguntas tipo test, con posibilidad de orientación tras la elección de la respuesta (ver figura 9), y ejercicios propuestos para su desarrollo, con acceso a su resolución.

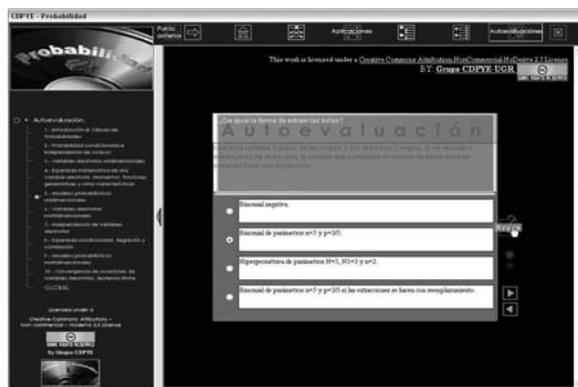


Figura 9: Autoevaluación en CDPYE: cuestiones tipo test.

#### 4. Comentarios finales

El trabajo que hemos expuesto en este artículo es fruto de varios proyectos de innovación docente auspiciados por el Vicerrectorado de Planificación, Calidad y Evaluación Docente de la Universidad de Granada (actualmente Vicerrectorado de Planificación e Innovación Docentes), al cual agradecemos la colaboración y confianza depositadas en el grupo CDPYE-UGR. Concretamente, en el primer proyecto, bajo el título *Elaboración de un soporte de apoyo docente interactivo en el estudio del Cálculo de Probabilidades y Estadística Matemática para alumnos de primer ciclo*, se abordó la elaboración del entorno y se confeccionó el material correspondiente a un tema de cada asignatura para validar el funcionamiento del mismo, ilustrar sus posibilidades y establecer la planificación del trabajo bajo la que se elaboraría el resto de los temas en acciones posteriores. En el segundo, *Elaboración de material docente sobre Probabilidad para su inclusión en el entorno CDPYE*, una vez comprobada y validada la funcionalidad de los elementos de los que consta el sistema, se ha prestado atención a su mejora en aspectos concretos de la programación. Asimismo se ha diseñado un *libro de estilo* para la inclusión de materiales, lo que ha supuesto, entre otras cosas, la generación de tipologías según el elemento en el que se incluyen (estilos, diseños, etc.), o la mejora del propio sistema de navegación interna dentro de temas y entre ellos, o dentro de módulos y entre los mismos. Por último se han ido generando nuevos temas. Con ello se completa un primer aspecto de nuestros objetivos al disponer de un curso básico de Probabilidades que contiene los siguientes temas: *“Introducción al Cálculo de Probabilidades”*, *“Probabilidad Condicionada e Independencia de sucesos”*, *“Variables aleatorias unidimensionales”*, *“Esperanza matemática de una variable aleatoria. Momentos. Funciones generatrices y otras características”* y *“Modelos probabilísticos unidimensionales”*. Asimismo, hemos de destacar, aún pecando de inmodestia, que este proyecto (más bien la unión de ambos) ha merecido, por parte del Vicerrectorado de Planificación, Calidad y Evaluación Docente, la concesión del Premio de Innovación Docente de la Universidad de Granada en su convocatoria de 2007, hecho este que nos motiva a continuar en este proyecto y a mejorarlo

cada día. En esa línea estamos trabajando ya en un tercer proyecto con el cual se pueda disponer, dentro del entorno diseñado, de un curso más amplio de probabilidades, incluyendo temas como: *“Variables aleatorias multidimensionales”*, *“Independencia de variables aleatorias”*, *“Esperanza condicionada. Regresión y correlación”*, *“Modelos probabilísticos multidimensionales”* y *“Convergencia de sucesiones de variables aleatorias. Teoremas límite”*.

Por último, hay que indicar que todo el proceso llevado a cabo debe ser avalado por la utilización del entorno por los alumnos, que son el centro de interés real del mismo y sin los cuales carecería de interés todo lo realizado. En este sentido, tanto los contenidos diseñados como el entorno en sí mismo están siendo evaluados en la actualidad, si bien todavía en una primera fase experimental. Así, algunos de los contenidos han sido empleados para explicar en clase aspectos puntuales de algunos temas. De esta forma pretendemos comprobar la idoneidad de la estructuración de los mismos así como la utilidad de los formatos elegidos para su presentación. Pero nos preocupa en gran manera la utilidad real del entorno y sus contenidos en la fase de estudio del alumno. A tal fin ya hemos llevado a cabo algunas experiencias concretas en las cuales se ha planteado a los alumnos un problema concreto y se ha procedido a evaluar la resolución del mismo antes y después de haber realizado una sesión de trabajo con el entorno.

Sinceramente hemos de decir que los resultados son, cuando menos, reconfortantes y halagüeños ya que hemos podido comprobar cómo los alumnos mejoraban notoriamente sus prestaciones ante la resolución de problemas concretos tras dedicar un tiempo a profundizar en los mismos mediante los contenidos incluidos en el entorno. Es nuestra intención seguir ahondando en esta línea e ir *evaluando* nuestro trabajo ampliando los objetivos de este tipo de pruebas. Asimismo, las primeras valoraciones de los alumnos acerca de su opinión sobre la utilidad del entorno, su manejabilidad y posibilidades de ayuda en el estudio de las materias, han sido positivas. Podemos decir que la acogida ha sido muy buena y que las sugerencias y opiniones que vierten los alumnos sobre todo el proceso nos están llevando a mejorarlo notoriamente. Todo ello nos anima en gran manera a proseguir en nuestra tarea.