

## Erinnerungen an Paul Erdős

Im Herbst 1959 besuchte ich zum ersten Mal die Mathematischen Institute der Akademie und der Universität in Budapest. Während eines Gesprächs mit einem jungen Kollegen betrat ein dunkelhaariger Herr den Raum, den der Kollege erfreut auf ungarisch begrüßte und dem er mich dann kurz vorstellte. Darauf sagte der Angekommene: "Ich bin Paul. Haben Sie schon einmal Graphen mit  $n$  Knotenpunkten und  $\epsilon \cdot n^2$  Kanten betrachtet ...?".

So kam es, daß wir Minuten, nachdem wir uns kennengelernt hatten, bereits schwierige Probleme diskutierten: Mit welcher (asymptotischen) Wahrscheinlichkeit darf man erwarten, daß Graphen beschränkter Kantendichte gewisse gegebene Eigenschaften haben? Dabei war natürlich er der Gebende und ich der Nehmende.

\*

Damit berühre ich bereits einen der hervorragenden Charakterzüge von "Onkel Paul", wie ihn die jungen ungarischen Kollegen liebevoll nannten: Freimütig teilte er seine Ideen mit allen, bei denen er Interesse am Gegenstand voraussetzen konnte, und er ermunterte sie, mit ihm gemeinsam nach der Lösung der behandelten Probleme zu suchen.

\*

Budapest war damals bereits die Hochburg der Graphentheorie. Der erste umfassende Systematiker der Graphentheorie, der Budapester Dénes König [1], war im Herbst 1944 von den Faschisten in den Freitod getrieben worden; der Pflege und Weitergabe seines Vermächtnisses fühlten sich alle ungarischen Mathematiker, nicht nur in Budapest, verpflichtet. Das spürte ich deutlich, als ich - damals ein junger Assistent - sehr bald und unkompliziert in ein persönliches und freundschaftliches Verhältnis mit fast allen ungarischen Mathematikern kam, von denen ich hier - neben Paul Erdős - nur die der älteren Generation nennen will: Georg Alexits, László Fejes Tóth, Tibor Gallai [2], Georg Hajós, László Kalmár, Franz Kárteszi, Rosa Péter, László Rédei, Béla Szőkefalvy Nagy, Paul Turán [3], Otto Varga, Stephan Vince, ...

. Bei allen spürte ich die gleiche große Hochachtung vor dem Mathematiker und Verbundenheit mit dem Menschen Paul Erdős.

\*

Im Oktober 1959 fand die erste internationale mathematische Tagung statt, die allein und ausdrücklich der Graphentheorie gewidmet war, in einem Ferienheim in Dobogókő, auf den Bergen im Donauknie gelegen, inmitten herbstlich leuchtender Buchenwälder - eine schöne Erinnerung [4]. Hier erlebte ich Paul Erdős zum ersten Mal als Vortragenden, er sprach über "Graphentheoretische Sätze vom Typ des Turánschen Satzes", damit einer Entwicklung Auftrieb gebend, deren Ergebnisse heute in der "Extremalen Graphentheorie" zusammengefaßt werden. Aber sein Name, zusammen mit dem des Wahrscheinlichkeitstheoretikers Alfred Rényi, ist noch in anderer Weise mit der Tagung in Dobogókő verbunden: Alfred Rényi, hervorragender Mathematiker und brillanter Redner, berichtete in seinem Vortrag über die Grundlagen einer Theorie der zufälligen Graphen, die er zusammen mit Paul Erdős entwickelt hatte [5] (Paul Erdős, Meister in der Kunst des Abzählens, hatte Abzählmethoden - von ihm als "probabilistische Methoden" bezeichnet - zu starken Beweisinstrumenten entwickelt). Jeder der Anwesenden war beeindruckt von der Erkenntnis, daß hier eine anwendungsrelevante Theorie ins Leben trat, die schon in ihrer Geburtsstunde ihre Schönheit und ihren Reichtum ahnen ließ.

Ich erinnerte mich an mein erstes Gespräch, das ich mit Paul Erdős in Budapest geführt hatte.

\*

Im Spätsommer 1960, anlässlich einer österreichischen Mathematikertagung, traf ich Paul Erdős in Innsbruck wieder (siehe Bilder). Er hatte Lust auf einen Ausflug in die Berge, und so fuhren meine Frau, Paul und ich mit der Seilbahn auf den Patscher Kofl. Dort aber erhob sich ein solcher Sturm, daß wir befürchten mußten, daß der Wind Pauls schwächtigen Körper hinunterwehen würde. Uns an den Händen haltend erreichten wir schließlich die Bergstation, wo wir auf die Wiederaufnahme des unterbrochenen Seilbahnbetriebes warten mußten. Mit uns warteten auch einige "Epsilons" (das ist das Wort für "Kinder" in der Erdős-Sprache), und Paul wurde nicht müde, für sie Münzen

kreiseln zu lassen oder in der Luft aufzufangen: er war ganz glücklich, wenn die Kleinen lachten oder gar in die Hände klatschten.

\*

Um diese Zeit besuchte Paul auch einmal die Universität Halle (an der ich damals beschäftigt war), und meine Frau und ich waren glücklich, daß er unser Angebot annahm, bei uns zu Hause zu wohnen. Dort angekommen, entnahm er seiner Tasche ein Paar bequemer Hausschuhe. Ich fragte ihn, ob ich nicht seinen Koffer vom Bahnhof holen solle. Da sah er mich erstaunt an und sagte: "Meinen Koffer? Den habe ich doch schon ausgepackt."

\*

Einmal stieß ich auf ein Problem aus dem Bereich der diophantischen Approximation (dessen Einzelheiten mir entfallen sind), das mir zwar schwierig, aber beim ersten Hinsehen doch anpackbar erschien. Als ich Paul um seine Meinung dazu bat, sagte er nur: "Frag mich in 30 000 Jahren wieder". Da wurde mir bewußt, wie klug seine Antwort (und wie töricht meine Frage) war, und ich nahm mir vor, nie wieder ein Problem an einen anderen heranzutragen, bevor ich es selbst in allen Details gründlich durchdacht hatte.

\*

Wir korrespondierten über das Problem der Konstruktion regulärer Graphen, deren kürzeste Kreise eine vorgegebene Länge haben, und über die Abschätzung der minimalen Knotenpunkt-Anzahl solcher Graphen. Ich schickte ihm meine Lösung, und er antwortete darauf mit einer anderen Lösung, die eine etwas bessere Abschätzung gestattete als die von mir benutzte Konstruktion. Er bestand dann darauf, beide Lösungen gemeinsam zu publizieren, weil der Vergleich verschiedener Methoden der mathematischen Erkenntnis besonders förderlich ist. - Erst viele Jahre später wurde mir bewußt, daß ich mit der gemeinsamen Publikation [6] die begehrte "Erdős-Nummer 1" erworben hatte.

\*

"Ein Mathematiker ist ein Automat, in den man Kaffee hineinschüttet und aus dem Sätze herauskommen."

Das ist die Erdössche Definition des Mathematikers. Ich muß betrübt gestehen, daß ich wohl weit davon entfernt bin, ein Mathematiker zu sein.

\*

Später habe ich Paul noch oft und an den verschiedensten Stellen der Erde getroffen, darüber kann ich hier nicht im einzelnen berichten. Es war immer ein Genuß, seine Vorträge über ungelöste Probleme der Zahlentheorie, der Kombinatorik und der Graphentheorie zu hören und dabei festzustellen, daß manche der Probleme nach einer gewissen Zeit aus seinem Repertoire verschwanden, dafür aber andere hinzukamen: so wurde der Fortschritt der Mathematik dokumentiert. Wann aber werden die Probleme, die lange Zeit auf seiner Liste standen und noch immer darauf stehen, ihre Lösung finden? Vielleicht in 30 000 Jahren?

\*

Manchmal - besonders nachdem seine von ihm sehr geliebte Mutter hochbetagt gestorben war - wirkte Paul müde und enttäuscht. Er kannte die ganze Welt und konnte darin nichts wirklich Neues mehr entdecken. Er beklagte sich oft, daß er ein uralter Greis sei, und das schon zu seinen besten Jahren. Wenn selbst ein starker Kaffee nicht half, dann war es schwierig, ihn aufzuheitern; nur ein interessantes mathematisches Problem konnte ihn für einige Zeit auf andere Gedanken bringen. Wie man weiß, hat auch Gauss unter ähnlichen Depressionen gelitten: ein hoher Preis - zu hoher Preis - den manches Genie zu zahlen hat.

\*

Im Mai 1996 fand in Elgersburg bei Ilmenau eine Tagung über Graphentheorie statt, und wir Ilmenauer Graphen-Jünger hatten die große Freude, daß Onkel Paul unsere Einladung annahm und die Tagung durch seinen traditionellen Problemvortrag sowie durch viele Diskussionen, insbesondere mit Studenten, bereicherte. Nun war er wirklich alt - er hatte die 83 überschritten - und wir hatten große Bedenken, daß die Beschwerden des Alters in verstärktem Masse Depressionen bewirken könnten. Aber nein - ich habe ihn nie so gelöst und heiter gesehen wie bei unserem letzten Beisammensein! Zwar begann er, wie immer in den letzten Jahren, seine Ausführungen mit der Bemerkung, das könne wohl sein letzter Vortrag sein (und war damit von

der bitteren Wahrheit nicht allzu weit entfernt) - aber das klang gar nicht resignierend: die Weisheit des Alters hatte alle Furcht und Bedrückung von ihm genommen. Das war uns ein großer Trost, als wir ein knappes halbes Jahr später erfuhren, daß er in Warschau, als aktiver Teilnehmer an einer Tagung, plötzlich gestorben war.

\*

Paul Erdős hat in seinem Leben durch fanatisierte Borniertheit auch viel Bitternis und Leid erfahren müssen: er selbst lebte viele Jahre in der Emigration, getrennt von seinen Angehörigen, und seine Mutter, die Budapest nicht verlassen hatte, war im letzten Kriegsjahr dem faschistisch- rassistischen Terror unmittelbar ausgesetzt. Er aber blieb seinen humanistischen Idealen, die jeden Gedanken an die Diskriminierung von Menschen durch Menschen, mit welcher "Rechtfertigung" auch immer - oder gar an Rache - total ausschlossen, zeit seines Lebens treu.

Paul Erdős war ein einmaliger Mathematiker und ein gütiger Mensch.

- [1] Königs Hauptwerk ist die Monographie

”Theorie der endlichen und unendlichen Graphen”,

Leipzig 1936. Eine mit einem Geleitwort von Paul Erdős und einem biographischen Anhang von Tibor Gallai versehene Neuauflage anlässlich des 50. Jahrestages der Erstauflage erschien als Band 6 im ”Teubner-Archiv zur Mathematik”:

D. König, Theorie der endlichen und unendlichen Graphen. Mit einer Abhandlung von L. Euler. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1986. Distributed by Springer-Verlag, Wien - New York.

- [2] Tibor Gallai, eng befreundet mit Paul Erdős, war unmittelbarer Schüler, Mitarbeiter und Fortführer des Werkes von Dénes König. Siehe auch [1].
- [3] Paul Turán, auf der zweiten Photographie neben seinem Freund Paul Erdős stehend, hat mit diesem 26 Arbeiten gemeinsam verfaßt und publiziert.
- [4] Folgender Artikel enthält die in ungarischer Sprache verfassten Vortragsauszüge der Tagung in Dobogókő:

A ”Grafelméleti kollokvium” előadásainak kivonata.  
Dobogókő, 1959. október 20 - 22. Matematikai Lapok  
**11** (1960), 202 - 212.

Außer ungarischen nahmen u.a. folgende Mathematiker an dieser Tagung teil: Claude Berge, Gabriel Dirac, Jan Mycielski, Cedric A.B. Smith, William T. Tutte.

- [5] Etwa gleichzeitig (1956, 1959) beschäftigte sich auch N.E. Gilbert mit Abzählungsfragen, die ihn zur Betrachtung zufälliger Graphen führten.
- [6] P. Erdős und H. Sachs, Reguläre Graphen gegebener Tailenweite mit minimaler Knotenzahl. Wiss. Z. Univ. Halle, Math.-Nat. **12** (1963), 251 - 257.