Zbl 692.10045

Erdős, Paul; Nathanson, Melvyn B.

Additive bases with many representations. (In English)

Acta Arith. 52, No.4, 399-406 (1989). [0065-1036]

$A \subseteq \mathbb{N}_0$ heißt asymptotische Basis der Ordnung 2, falls $\{a+b|a \in A,\, b \in B\} \supseteq [n_0, +\infty[\cap\mathbb{N}_0$ für ein $n_0 \in \mathbb{N}_0$. Ist außerdem kein $B \subsetneqq A$ asymptotische Basis der Ordnung 2, so heißt A minimale asymptotische Basis der Ordnung 2. Sei $n \in \mathbb{N}_0$, so ist $r_A(n) = |\{(a,b) \in A|\ a+b=n,\ a \le b\}|$ die Darstellungsanzahl von n bzgl. A. Ferner heißt $S_A(n) = \{a \in A|$ n- a$\in A\}$ die Lösungsmenge von n bzgl. A. Ein bekanntes Problem in diesem Zusammenhang ist die Frage, ob aus $r_A(n) \to \infty$ für $n \to \infty$ folgt, daß A eine minimale asymptotische Basis der Ordnung 2 enthält.

Unter der Zusatzvoraussetzung daß für ein $\delta > 0$ und für alle genügend großen $m, n \in \mathbb{N}_0$, $m \ne n$ gilt, daß $|S_A(n) \cap S_A(m)| < (1/2-\delta)|S_A(n)|$, wird dies auf elementarem Wege konstruktiv bewiesen. Das ist bemerkenswert, denn die beiden Autoren hatten dies in einer früheren Arbeit [Adv. Math., Suppl. Stud. 9, 97-105 (1986; Zbl 608.10050)] unter der stärkeren Zusatzvoraussetzung, daß $|S_A(n) \cap S_A(m)|$ beschränkt ist für alle $m \ne n$, mit wahrscheinlichkeitstheoretischen Methoden gezeigt, wodurch bekanntlich nur die Existenz der Menge A bewiesen wird.

Das erwähnte Resultat wird durch vier weitere Sätze, die minimale asymptotische Basen der Ordnung 2 betreffen, ergänzt.

J.Zöllner

Classification:
11B13 Additive bases

Keywords:
additive bases; minimal asymptotic basis of order 2