
Zbl 391.10004
Erdős, Paul
A property of 70. (In English)
Math. Mag. 51, 238-240 (1978). [0025-570X]

70 ist die größte natürliche Zahl n mit der Eigenschaft, daß die Folge $\{a_i\}_{i=0}^{\infty}$, wobei $a_0 = n$ und a_k für $k \geq 1$ die kleinste zu $a_0.a_1.\dots.a_{k-1}$ teilerfremde Zahl ¿ a_{k-1} ist, nur Primzahlen oder Primzahlpotenzen enthält. Der sehr kurze und einfache Beweis benützt den (allerdings schwieriger abzuleitenden) Satz von *J.B.Rosser* und *L.Schoenfeld* [Ill. J. Math. 6, 64-94 (1962; Zbl 122.05001)], wonach für x¿ 17/2 im Intervall (x,2x) mindestens drei Primzahlen liegen. Jede Primzahl $> n$ ist ein a_k und jedes $a_k > n^2$ ist prim. Es gibt also zu jedem n nur endlich viele a_k, die keine Primzahlen oder Primzahlpotenzen sind. Deren Anzahl $f(n)$ ist für einige n in einer Liste vermerkt. $f(n) = 0$ gilt für $n = 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 1, 15, 18, 22, 24, 30, 70$.
Ferner ist ohne den komplizierten Beweis noch ein zweiter Satz angefürt: Für alle hinreichend große n gibt es unter den a_k mindestens ein Produkt zweier verschiedener Primzahlen. Wie der Verf. mitteilt, zeigte dies kürzlich *C.Pomerance* für $n > 6000$. (Auch bei $n = 103, 104, 119$ ist kein a_k vom Typ $p_1 p_2$, der Ref.)
Schließlich sind noch andere Sätze und Vermutungen aus diesem Problemkreis erwähnt und eine längere Arbeit darüber ist angekündigt.

A.Aigner

Classification:
11A05 Multiplicative structure of the integers
11A41 Elemementary prime number theory
11B39 Special numbers, etc.

Keywords:
primes in intervals; sequences of relatively prime integers