
Zbl 368.10033

Erdős, Paul; Hall, R.R.

Proof of a conjecture about the distribution of divisors of integers in residue classes. (In English)

Math. Proc. Camb. Philos. Soc. 79, 281-287 (1976). [0305-0041]

Für $k \in \mathbb{N}$ sei $f(x,k)$ die Anzahl der positiven ganzen Zahlen $n < x$ die in jeder Restklasse, die relativ prim zu k ist, einen Teiler haben. *P.Erdős* [Bull. Soc. Math. Gréce 6, 27-36 (1965; Zbl 133.29905)] hat gezeigt, daß für $\varepsilon > 0$ and $k < 2^{(1-\varepsilon)\log\log x}$ gilt $F(x,k) \sim x, x \to \infty$. Jetzt wird die folgende Verallgemeinerung bewiesen: Sei $c \in \mathbb{R}$ und $k = 2^{\log\log x + (c+c(1))\sqrt{\log\log x}}$. Dann ist für

$$F(x,k) \sim \frac{x}{\sqrt{2\pi}} \int_c^\infty e^{-\frac{1}{2}y^2}\, dy.$$

Der Beweis benutzt das folgende Lemma: Sei G eine Abelsche Gruppe gerader Ordnung N und H eine Untergruppe vom Index 2. Sei weiter $\delta > 0$, $r < t$, und

$$t \log 2 \geq \log N + \log \frac{1}{\delta} + \log \frac{\log N}{\log 2} + 5.$$

Dann ist die Anzahl der t-Tupel $g_1, g_2, \dots, g_t \quad (g_1 \in G)$, von denen genau r aus H gewählt sind und so daß die Menge der $\varepsilon_1 g_1 + \varepsilon_2 g_2 + \cdots + \varepsilon_t g_t (\varepsilon_i = 0$ oder 1) nicht ganz G ist, höchstens $\delta\binom{t}{r}\left(\frac{N}{2}\right)^t$. Der Beweis des Satzes ist ähnlich zum Beweis des oben zitierten Satzes von Erdős und benützt weiterhin noch die Tatsache, daß es für die Dirichletschen L-Funktionen (mod k) höchstens eine Siegelsche Nullstelle gibt.

J.H.van Lint

Classification:
11N13 Primes in progressions