Zbl 164.24803
Erdős, Pál; Hajnal, András
On chromatic number of infinite graphs (In English)
Theory of Graphs, Proc. Colloq. Tihany, Hungary 1966, 83-98 (1968).

[For the entire collection see Zbl 155.00201.]
Aus einem Hauptresultat der Arbeit folgt mit Hilfe der allgemeinen Kontinuumhypothese: Zu je 2 Ordinalzahlen ξ, k ($k \geq 1$ endlich) existiert ein Graph G mit $\alpha(G) = \aleph_{\xi+k}$ Ecken und mit der chromatischen Zahl Chr(G) $= \aleph_{\xi+1}$, so daß $\mathrm{Chr}(G') < \mathrm{Chr}(G)$ für jeden Teilgraph $G' \subseteq G$ mit $\alpha(G') < \alpha(G)$. Zu vorgegebenen Kardinalzahlen α, γ (α regulär) werden Graphen $G_{\alpha,\gamma}$ konstruiert, die im folgenden Sinne universal sind: (1) $\alpha(G_\alpha, \gamma) = \alpha$; (2) $G' \subseteq G_{\alpha,\gamma}$, $\alpha(G') = \alpha \Rightarrow \mathrm{Chr}(G') \leq \gamma$; (3) Jeder Graph G, der (1) und (2) (mit G statt $G_{\alpha,\gamma}$) erfüllt, ist einem Teilgraph von $G_{\alpha,\gamma}$ isomorph.
Die Verff. zeigen weiter in Verschärfung eines Satzes von E. Milner, daß zu je 2 Ordinalzahlen α, k ($k \geq 1$ endlich) ein Mengensystem (h, H) existiert mit: (a) $h = \{\xi : 0 \leq \xi < \omega_{\alpha+1}\}$ (b) $X \in H \Rightarrow X \subseteq h$ und $|X| = k$, (c) $h' \subseteq h$, $|h'| = \aleph_{\alpha+1} \Rightarrow$ es existiert ein $X \in H$ mit $X \subseteq h'$; (d) $X, Y \in H$, Max $X =$ Max $Y \Rightarrow X = Y$ oder $|X \cap Y| = 1$; (e) $X, Y \in H$, $|X \cap Y| \geq 2$, $a \in X \cap Y \Rightarrow a$ hat in X und Y bzgl. $<$ die gleiche Höhe.
Die Verff. formulieren explizit 8 Probleme; dabei wird (s. Problem 4) auf einen Zusammenhang mit einem Problem von Kurepa hingewiesen.

H.A.Jung

Classification:
05C15 Chromatic theory of graphs and maps