Zbl 158.40603
Erdős, Pál; Straus, E.G.
Über eine geometrische Frage von Fejes-Toth.
On a geometric question of Fejes-Tóth. (In German)
Elem. Math. 23, 11-14 (1968). [0013-6018]

L. Fejes-Tóth hat bewiesen [Elem. Math. 22, 25-27 (1967; Zbl 153.52002)]: Eine ebene abgeschlossene Menge S ist eine Kreisscheibe (Halbebene) oder das Komplement einer offenen Kreisscheibe oder die ganze Ebene oder leer, wenn die Menge $S - S \cap S_i$ zusammenhängend ist für jedes zu S kongruente S_i. Im Anschluß daran beweisen die Verff. unter Verzicht auf die Abgeschlossenheit und die Dimension 2 den (auf Hilbertsche und sphärische Räume verallgemeinerungsfähigen)
Satz 1: Eine Menge S des E^3 besitzt als Rand ∂S eine Kugelfläche (evtl. entartet zu einer Ebene, einem Punkt, der leeren Menge), wenn die Menge $S - S \cap S_i$ zusammenhängend ist für jedes aus S durch Ebenenspiegelungen entstehende S_i; der Randteil $\partial S \cap S$ besteht aus einer Kugelkappe (im Fall der Ebene entartet zu einer Kreisscheibe) und deren Anteil an ihrem Randkreis aus einem (evtl. leeren) Kreisbogen. Außerdem gehen die Verff. durch transfinite Induktion einen konstruktiven Beweis für
Satz 2: Es gibt in der Ebene eine Menge S, die zugleich mit ihrem Komplement überall dicht ist, so daß $S - S \cap S_i$ zusammenhängend ist für jedes zu S gleichsinnig kongruente S_i. Erwähnt wird, daß Satz 2 auch in jedem höherdimensionalen Raum gilt.

O.Giering

Classification:
52A10 Convex sets in 2 dimensions (including convex curves)
52A15 Convex sets in 3 dimensions (including convex surfaces)