Zbl 156.07102
Erdős, Pál; Sharma, A.
On Tchebycheff quadrature (In English)
Can. J. Math. 17, 652-658 (1965). [0008-414X]

In Verallgemeinerung eines Chebyshevschen Problems wird die folgende Frage untersucht: Man bestimme bei gegebener fester ganzer Zahl $k \geq 0$ und einer ganzen Zahl $n \geq k+2$ Zahlen $A_i, y_i (i = 1, 2, ..., k), x_j (j = 1, 2, ..., n-k)$ und B, so daß die Formel

$$\int_{-1}^{+1} f(x)dx = \sum_{i=1}^{k} (A_i f(x_i) + B \sum_{j=1}^{n-k} f(x_j)$$

für jedes Polynom vom Grade $\leq n+k$ richtig ist (hierbei sollen die y_i und x_j dem Intervall $[-1, +1]$ angehören). Ist dies immer möglich?
Es wird gezeigt, daß es eine Zahl n_0 gibt, so daß für $n > n_0$ keine Lösung des Problems existiert. Für $k = 0$ ist $n_0 = 10$, wie durch S. N. Bernstein bekannt ist.
Weiter wird bewiesen: Gibt es eine Formel der obigen Art, die für alle Polynome vom Grade $m = m(n)$ richtig ist, so gibt es eine nur von k abhängige positive Zahl C_k, so daß $m \leq C_k \sqrt{n}$ ist. Die Güte dieser Abschätzung bleibt offen.

G.Meinardus

Classification:

Keywords:
41A55