
Zbl 155.08802

Erdős, Pál; Sarközi, A.; Szemeredi, E.

On the solvability of certain equations in sequences of positive upper logarithmic density (In English)

J. Lond. Math. Soc. 43, 71-78 (1968).

Die Folge ganzer Zahlen $a_1 < a_2 < ...$ sei mit A bezeichnet. Wir nehmen an, daß A positive obere logarithmische Dichte hat, also daß

$$\limsup_{x\to\infty} \frac{1}{\log x} \sum_{a_i<x} \frac{1}{a_i} > 0 \tag{1}$$

ist. Die Autoren beweisen folgenden Satz: A befriedige (1). Dann enthält A eine unendliche Teilfolge a_{i_j}, $1 \le j < infty$, so daß der größte gemeinsame Teiler und das kleinste gemeinsame Vielfache einer beliebigen Teilfolge der a_{i_j} in A vorkommt und die kleinsten gemeinsamen Vielfachen zweier verschiedener Teilfolgen immer verschieden sind. Der Beweis ist elementar, aber recht kompliziert. Der Satz verschärft verschiedene frühere Ergebnisse. Das wichtigste Lemma ist vielleicht von selbständigem Interesse: Es sei $p(q)$ der kleinste Primfaktor von q. A befriedige (1). Dann gibt es zwei Zahlen $a_u \in A$, $a_v \in A$, $a_u|a_v$ und eine Folge $q_1 < q_2 < ...$, die positive obere logarithmische Dichte hat und welche die folgenden Bedingungen befriedigt:

$$p(q_r) > a_v,\ a_u q_r \in A,\ a_v q_r \in A,\ r = 1, 2, ...$$

[Siehe *H.Davenport* und *P.Erdős*, Acta Arith. 2, 147-151 (1936; Zbl 015.10001) und die Verff., J. Math. Anal. Appl. 15, 60-64 (1966; Zbl 151.03502).]

Classification:
11B83 Special sequences of integers and polynomials
11B05 Topology etc. of sets of numbers