Zbl 146.05305
Erdős, Pál; Lint, J.H.van
On the number of positive integers $\leq x$ and free of prime factors $< y$ (In English)
Simon Stevin 40, 73-76 (1966). [0037-5454]

Es bedeute $\psi(x,y)$ die Anzahl der positiven, ganzen Zahlen $\leq x$, deren sämtliche Primteiler p der Ungleichung $p \leq y$ genügen. Zweck der vorliegenden Arbeit ist der Beweis der (auch aus einem vor kurzem von *N.G.de Bruijn* bewiesenen Resultate [Zbl 139.27203] folgenden) Formel

$$\log\psi(x,y) \sim \log\binom{\pi(y)+u}{u}, \text{ wo } u = \left[\frac{(\log x)}{(\log y)}\right].$$

Der Beweis von $\binom{\pi(y)+u}{u} < \psi(x,y)$ beruht auf der einfachen Beobachtung, daß $\binom{\pi(y)+u}{u}$ die Lösungszahl von $\sum_{p\leq y}\alpha_\nu \leq u$ $(0 \leq \alpha_\nu \in Z)$ dargestellt, mithin nicht größer sein kann als $\psi(x,y)$ (defintionsmäßig die Anzahl der Lösungen der Ungleichung $\sum_{p\leq y}\alpha_\nu \log p \leq \log x$). Der Beweis der entgegengesetzten Ungleichung $\psi(x,y) \leq \binom{\pi(y)+u}{u}^{1+\varepsilon}$ (für $x \geq x_0(\varepsilon), \varepsilon > 0$), der auch kurz, aber schwieriger ist, ist sehr scharfsinnig geführt und beruht auf mehreren Fallunterscheidungen, je nach der Größe von y.
Im Wortlaut des Hauptsatzes ist die (irrtümlicherweise ausgelassene) Bedingung $2 < y \leq x^{\delta(x)}$, $\delta(x) = o(1)$ hinzuzufügen. (Der Ref. wurde darauf durch eine briefliche Mitteilung des ersten der Verf. aufmerksam gemacht.)

E.Grosswald

Classification:
11N25 Distribution of integers with specified multiplicative constraints