Zbl 144.45401
Erdős, Pál
On the construction of certain graphs (In English)
J. Comb. Theory 1, 149-153 (1966).

Es bezeichne $G = G(n)$ einen Graphen mit n Punkten. *Turán* (Zbl 055.17004) bestimmte die Maximalzahl $f(n)$ der Kanten eines Graphen $G(n)$, der kein Dreieck (als Teilgraphen) enthält, als $f(n) = [\frac{1}{4}n^2]$. Ist $I(G)$ die Kardinalzahl der größten unabhängigen Punktmenge des Graphen G (unabhängig heißt, daß keine zwei Punkte durch eine Kante verbunden sind), so gilt für den (eindeutig bestimmten) Turánschen Extremalgraphen $G_{ex} : I(G_{ex} = [\frac{1}{2}(n+1)]$. *B.Andrásfai* (Zbl 125.11802) verschärfte das Turánsche Problem durch die zweite Bedingung: $I(G) \leq u$ mit $u \leq I(G_{ex})$ und löste es für $u \geq [2n/5]$.
Für die Andrásfaische Maximalzahl $f(n,u)$ gilt generell $(^*) f(n,u) \leq \frac{1}{2}un$. Der erste Teil der vorliegenen Arbeit ist der Konstruktion von Graphen gewidmet, welche die Andrásfaischen Bedingungen erfüllen und für die in $(^*)$ das Gleichheitszeichen gilt. (Das sind genau die Graphen, bei denen die Menge der Nachbarpunkte jedes beliebigen Punktes eine größte unabhängige Punktmenge mit u Punkten ist.) Für $u \geq [2n/5]$ wurden diese Graphen vollständig von *Andrásfai* (loc. cit.) angegeben. Mit Hilfe eines Satzes von *D.J.Kleitman* (Zbl 141.00801) konstruiert der Verf. in vorliegender Arbeit derartige Graphen für

$$u = I(G) = n^{1-c+c(1)}, \text{ wo } n \equiv 1 (\mod 3), \quad 4^c = 32/27.$$

Unter der Voraussetzung, daß eine Vermutung von *Czipszer* und dem Verf. richtig ist, konstruiert der Verf. im zweiten Teil der Arbeit für jede unendliche Kardinalzahl m Beispiele von m-chromatischen dreiecksfreien Graphen mit m Punkten. Die Existenz solcher Graphen wurde vom Verf. und *R.Rado* (Zbl 097.16402) bewiesen.
Vermutungen, Problemstellungen (und Druckfehler) würzen die Arbeit.

W.Wessel (Berlin)

Classification:
05C35 Extremal problems (graph theory)