Zbl 122.24903

Dirac, G.; Erdős, Pál

On the maximal number of independent circuits in a graph (In English)

Acta Math. Acad. Sci. Hung. 14, 79-94 (1963). [0001-5954]

Es handelt sich um endliche Graphen G folgender Typen: A. Graphen ohne Schlingen und mehrfache Kanten (speziell auch planare, in welchem Fall die in [ ] gesetzten Zahlen bzw. Ausdrücke zu nehmen sind); B. mit Schlingen aber ohne mehrfache Kanten; C. planare Graphen.
k Kreise von G heißen "unabhängig", wenn keine zwei derselben einen Punkt von G gemein haben. Es bedeute: n die Ordnung von G und p_i bzw. q_i die Anzahl derjenigen Punkte von G, deren Grad $\geq i$ bzw. $\leq i$ ist. Die Hauptergebnisse sind dann:
(A1) Hinreichend dafür, daß G unabhängige Kreise enthält, ist jedes der folgenden drei Systeme von Bedingungen:
I. $n \geq 6$, $q_2 = 0$, $p_4 \geq 4$ [2];
II. $n \geq 9[8]$, $p_4 \geq \frac{1}{2}(n+4)$ $[\frac{1}{2}(n+3)]$;
III. $n \geq 9[8]$, $p_4 - q_2 \geq 4[3]$.
(A2) Ist $k \geq 3$ und $p_{2k} - q_{2k} - 2 \geq k^2 + 2k - 4[5k-7]$, so gibt es k unabhängige Kreise in G.
(B) Es sei $k \geq 2$; hinreichend dafür, daß es k unabhängige Kreise in G gibt, sind, je nachdem $k-1$ oder l $(\leq k-2)$ Punkte von G mit Schlingen behaftet sind, die Bedingungen $n \geq k+1$ und $p_{k+2} - q_k \geq k-2$ bzw. $n \geq l+9$ und $p_{2k-l} - q_{2k-l-2} \geq (k-l)^2 + 2k - l - 4$. (Der Fall $l = 0$ liefert A2.) Nach *K. Corradi* und *A. Hajnal* (Zbl 118.19001) ist für beliebiges l hinreichend: $n \geq 3k$, $q_{2k-1} = 0$.
(C) Hat G mindestens drei Kanten mehr als Punkte, so gibt es in G zwei Kreise ohne gemeinsame Kante. Dies ist, für planare Graphen, das Analogon eines Satzes von *P. Erdős* und *L. Pósa* [Publ. Math., Debrecen 9, 3-12 (1962; Zbl 133.16701)] in welchem "vier" anstelle von "drei" steht.

E.Schönhardt

Classification:
05C35 Extremal problems (graph theory)