**Zbl 116.01104**
**Erdős, Pál**
*On a combinatorial problem* (In English)
**Nordisk Mat. Tidskr. 11, 5-10 (1963).**

$p$ sei eine natürliche Zahl. Wir betrachten Familien $\mathfrak{F}$ von $p$-elementigen Mengen $A_1, ..., A_k$. $\mathfrak{F}$ besitzt die "Bernstein- Eigenschaft", wenn es eine Menge $B$ gibt, die a) einerseits mit jedem $A_i$ wenigstens ein gemeinsames Element hat, b) anderseits aber keins der $A_i$ ganz umfaßt. Nimmt man hinreichend viele Mengen $A_i$ über einem geeigneten Elementenbereich, so wird a) u.U. die Zugehörigkeit so vieler Elemente zu $B$ nach sich ziehen, daß b) nicht mehr erfüllbar ist. So hat z.B. für $p = 3$ die aus 7 Mengen bestehende Familie $\{\{1,2,3,\},\{1,4,5\},\{1,6,7\},\{2,4,7\},\{2,5,6\},\{3,4,6\},\{3,5,7\}\}$ die Bernstein-Eigenschaft nicht mehr, wohl aber jede Familie von 6 dreielementigen. $m(p)$ sei die minimale Anzahl von $p$-elementigen $A_i$, die eine Familie bilden können, welche nicht mehr die Bernstein-Eigenschaft besitzt. Es ist $m(1) = 1$, $m(2) = 3$, $m(3) = 7$ (vgl. unser Beispiel). Weitere Werte sind nicht bekannt.
Der Verf. beweist die Abschätzung $(1-\varepsilon)2^P \log 2 < m(p) \leq \binom{2p-1}{p}$ für jedes $\varepsilon > 0$ und für $p > p_0(\varepsilon)$, wobei die rechte Ungleichung sogar stets gilt. Beweislemma ist eine Bedingung, die für Familien, in denen die $A_i$ sogar verschiedene Anzahlen $\alpha_i$ haben dürfen, das Erfülltsein der Bernstein-Eigenschaft durch die Gültigkeit einer Formel zwischen den $\alpha_i$ garantiert. Diese Bedingung wird für unendliche Familien verallgemeinert und auf eine verfeinerte Bernstein-Eigenschaft [welche wie das hier behandelte Problem erstmals in einer Arbeit von *Erdős* und *A.Hajnal*, Acta Math. Acad. Sci. Hung. 12, 87-123 (1961; Zbl.201.32801) auftritt] ausgedehnt.
Zusatz: Die behauptete Implikation $\Rightarrow$ (3) gilt i.a. nicht, wie das Gegenbeispiel $\alpha_1 = \alpha_2 = 2; \alpha_3 = 4$ zeigt. Dies beeinträchtigt aber die anderen Schlüsse nicht.

*W.Oberschelp*

Classification:
05A99 Classical combinatorial problems