Zbl 088.25804
Erdős, Pál; Rényi, Alfréd
Some further statistical properties of the digits in Cantor's series. (In English)
Acta Math. Acad. Sci. Hung. 10, 21-29 (1959). [0001-5954]

In Fortsetzung früherer Arbeiten von *A. Rényi* (Zbl 067.10401; Zbl 079.08901) untersuchen die Verff. das asymptotische Verhalten von Ziffern $\varepsilon_n(x)$ in der Cantorschen Entwicklung

$$x=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varepsilon_n(x)}{q_1q_2\cdots q_n}(0\le x\le 1; q_n\ge 2 \text{ ganz}; 0\le\varepsilon_n(x)\le q_n-1).$$

Es wird

$$f_n(k,x)=\sum_{\substack{\varepsilon_j(x)=k\\ 1\le j\le n}}1,\qquad Q_n=\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{q_j},\qquad M_n(x)=\max_k f_n(k,x)$$

gesetzt. Dann gelten folgende Sätze:
I. Ist $\lim_n Q_n/\log n=\infty$, so hat man $\lim_n M_n(x)/Q_n=1$ fast überall (d. h. für fast jedes x).
II. Ist $0<c_1\le q_n/n\le c_2$ $(n=1,2,...)$ und $\lim_n Q_n/\log n=\alpha>0$, so hat man fast überall $\lim_n M_n(x)/Q_n=y(\alpha)$, wo $y(\alpha)\log y(\alpha)=1/\alpha$.
III. Ist $\lim_n q_n/n=\infty$ und $\lim_n Q_n=\infty$, so hat man fast überall $\lim_n M_n(x)/Q_n=\infty$.
Satz I folgt im Falle $q_n\le K$ leicht aus dem von den Verff. schon früher auf die Cantorschen Reihen mit $Q_n\to\infty$ verallgemeinerten Borelschen Sätze über die Gleichverteilung von Ziffern in Dezimalbrüchen. In vollem Umfang wird Satz I, sowie II und III mit wahrscheinlichkeitstheoretischen Methoden bewiesen, wobei die Ausrechnung oder Abschätzung der in Frage kommenden Wahrscheinlichkeiten die Hauptschwierigkeit bildet.

S.Hartman

Classification:
11K55 Metric theory of other number-theoretic algorithms and expansions

Keywords:
Cantor series