Zbl 087.04305
Erdős, Pál; Szüsz, Péter; Turán, Pál
Remarks on the theory of diophantine approximation. (In English)
Colloq. Math. 6, 119-126 (1958). [0010-1354]

Es sei $S(N, A, c)$ die Menge der α in $0 < \alpha < 1$, für welche die Ungleichungen $|\alpha - x/y| \leq A/y^2$, $(x, y) = 1$, $y > 1$ für $A > 0$, $c > 1$ mit $N \leq y \leq cN$ $(N \geq 2)$ in ganzen Zahlen x, y lösbar sind, $|S|$ bedeute das Maß dieser Menge. Dann wird gezeigt:

$$\sigma = \overline{\lim_{N\to\infty}} |S(N, A, c)| \geq \frac{3}{\pi^2}\left(1 - \frac{1}{c^2}\right)\min(1, 2A).$$

Ist $A \geq 1$, $c \geq 2$, dann ist σ sogar $\geq 3\pi^{-2}(\frac{5}{4} - 2c^{-2})$. Ist $0 < A < c/(1 + c^2)$, dann existiert sicher der $\lim_{N\to\infty} |S(N, A, c)|$ und ist $= \frac{12A}{\pi^2}\log c$. Für $A > 10$, $c > 10$ ist für alle genügend großen $N|S(N, A, c)| < 1 - (40A^4c^4\pi)^{-1}$.

E.Hlawka

Classification:
11J25 Diophantine inequalities