
Zbl 084.05403

Erdős, Pál; Piranian, G.

The topologization of a sequence space by Toeplitz matrices. (In English)

Mich. Math. J. 5, 139-148 (1958). [0026-2285]

Gilt eine Beziehung $y_k = x_k\xi_k+$ konvergente Folge, wobei die Faktorfolge ξ_k langsam schwankt: $|\xi_k - \xi_{k_r}| \to 0$ für $k_r < k \le k_{r+1}$ und $r \to \infty$ mit geeigneten k_r, so sagen die Verff., daß y die Folge x über k_r nachäfft. Zu einer permanenten Matrix A kann man k_r und n_r so bestimmen, daß $t = Ay$ stets $s = Ax$ über n_r nachäfft, wenn y die beschränkte Folge x über k_r nachäfft. (Die k_r und n_r erhält man durch Stutzen von A.) Dieses Prinzip führt zu Aussagen über die Struktur von b-Wirkfeldern (die von den nach einem Verfahren limitierbaren beschränkten Folgen gebildet werden). Es gibt Verfahren A (vom Typus der Zweiermatrizen), die genau die y limitieren, die ein vorgegebenes x nachäffen. Auch kommt man so zu Matrizen, bei denen für jede limitierbare Folge die Menge der Häufungspunkte eine (möglicherweise entartete) Kreisscheibe ist.

Ist S ein geeignetes System von permanenten (verträglichen) Matrizen, so liefern deren b-Wirkfelder als Basis der offenen Mengen eine nichtseparierte Topologie in der Menge m der beschränkten Folgen. Man erhält übersichtlichere Verhältnisse, wenn man mittels der Äquivalenzrelation "$x \sim y$ bedeutet $y_k = \lambda x_k+$ konvergente Folge" zum Raum m/L übergeht und daraus den Punkt C entfernt, der den konvergenten Folgen entspricht. Mann kann dann S so wählen, daß man eine Hausdorff- Topologie ohne isolierte Punkte bekommt. Die Verff. beschreiben verschiedene Eigenschaften dieser Topologie (Struktur der Umgebungsfilter und der offenen Mengen).

K.Zeller

Classification:
54A20 Convergence in general topology