
Zbl 081.03901
Erdős, Pál
Über eine Art von Lakunarität.
On some kind of lucunarity. (In German)
Colloq. Math. 5, 6-7 (1958). [0010-1354]

S. Hartman (Zbl 066.03202) betrachtet Mengen positiver ganzer, wachsend geordneter Zahlen, die folgende Lückenbedingung erfüllen: Es gibt ein natürliches $m > 0$ so, daß für alle natürlichen Zahlen l in $\mathfrak{M}$ Sequenzen $m_n, m_{n+1}, ..., m_{n+l}$ existieren mit $m_{n+i+1} - m_{n+l} < m$ für alle $i = 0, 1, 2, ..., l-1$. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so heiße $\mathfrak{M}$ lückenhaft (lakunär). Vgl. hierzu auch *W.Sierpiński* (Zbl 067.27501).
Der Verf. beweist auf einfache und elementare Weise folgenden Satz: Es sei $1 < a_1 < a_2 < \cdots$ eine Folge ganzer Zahlen: $A(a_1, a_2, ...) = \mathfrak{A}$ bezeichne die Menge aller derjenigen ganzen Zahlen, die durch kein a_i teilbar sind. Dann ist $\mathfrak{A}$ dann und nur dann lückenhaft, wenn eine unendliche Teilfolge $a_{i_1}, a_{i_2}, ...$ paarweise teilerfremder Zahlen in der Ausgangsfolge existiert.
Hiermit ist z.B. die Menge der quadratfreien Zahlen (man wähle $a\_i = p_i^2$, p_i Primzahl) eine lückenhafte Menge positiver Dichte ($= \frac{1}{6}\pi^2$). Ebenfalls ist die Primzahlmenge lückenhaft, was schon Sierpiński (vgl. oben) gezeigt hatte.

H.Ostmann

Classification:
11B05 Topology etc. of sets of numbers