Zbl 073.06201

Dvoretzky, A.; Erdős, Pál

On power series diverging everywhere on the circle of convergence. (In English)

Mich. Math. J. 3, 31-35 (1956). [0026-2285]

Es handelt sich um den Ideenkreis des bekannten Luzinschen Beispiels einer überall auf $|z| = 1$ divergenten Potenzreihe (1) $\sum_0^\infty a_n z^n$, die der Bedingung (2) $a_n \to 0$ für $n \to \infty$ genügt. Satz 1:Sei $\{b_n\}$ $(n = 0, 1, ...)$ eine Folge komplexer Zahlen mit $|b_n| \geq |b_{n+1}|$ und $\sum_0^\infty |b_n|^2 = \infty$; dann gibt es eine überall auf $|z| = 1$ divergente Reihe (1), so daß (3) für jedes $n = 0, 1, ...$ entweder $a_n = b_n$ oder $a_n = 0$ ist. Konstruktiver Beweis.

Anwendung: *F. Herzog* (Zbl 058.06004) gab ein Beispiel einer Luzinschen Potenzreihe, bei der $a_n \geq 0$ und statt (2) sogar $a_n = O(n^{-1/3})$ gilt: Satz 1 ermöglicht derartige Beispiele, bei denen sogar z. B. $0 \leq a_n < (n \log n)^{-1/2}$ $(n = 3, 4, ...)$ ist. Verschiedene Zusätze; z. B. ist Ausdehnung von Satz 1 auf gewisse Klassen von Dirichlet-Reihen und Laplace-Integralen möglich. Ähnlich wie Satz 1, sogar einfacher, wird bewiesen Satz 2: Sei $\{b_n\}$ eine Folge komplexer Zahlen mit $\sum_0^\infty |b_n| = \infty$; dann gibt es eine Potenzreihe (1), welche (3) erfüllt und auf einer Restmenge (Komplement einer Menge erster Kategorie) von $|z| = 1$ divergiert.

W.Meyer-König

Classification:
30B10 Power series (one complex variable)