Zbl 060.02808
Erdős, Paul; Kaplansky, Irving
The asymptotic number of Latin rectangles. (In English)
Amer. J. Math. 68, 230-236 (1946).

(1): Die Verff. finden für die Anzahl ${}_3K_n$ der lat. Rechtecke mit 3 Zeilen und n Spalten eine lineare Differenzengleichung 5. Ordnung und geben die numerischen Werte bis $n = 15$. Ein früheres Ergebnis von Jacob wird als irrig nachgewiesen. Dagegen bestätigt sich die Jacobsche Vermutung ${}_3K_n \sim e^{-3}(n!)^2$ insofern, als der Limes ${}_3K_n/(n!)^2$ existiert und in den ersten 5 Dezimalen mit e^{-3} übereinstimmt.
(2): Aufstellung einer expliziten Formel für ${}_3K_n$, nämlich $\sum_i \binom{n}{i} D_i D_{n-1} u_{n-2i}$. Dabei bedeuten D_i die Anzahl der Permutationen, die an keiner Stelle mit $(1, ..., n)$ übereinstimmen, und u_n die Anzahl derjenigen, die außerdem überall von $(2, ..., n, 1)$ abweichen. Ferner Beweis für die Jacobsche Vermutung in vollem Umfange.
(3): Verallgemeinerung der Abschätzung ${}_3K_n \sim e^{-3}(n!)^2$ mit der Bezeichnung $f(n,k) = n!_k K_n$ zu $f(n,k) \sim (n!)^k e^{-k(k-1)/2}$, gültig nicht nur für jedes feste k, sondern sogar für $k < (\log n)^{3/2-\varepsilon}$. Dieselben Autoren geben auch die Anfangsglieder einer asymptotischen Entwicklung, die im Falle $k = 3$ die Form hat $f(n,3) = (n!)^3 e^{-3}[1 - n^{-1} - (2n^2)^{-1} + \cdots]$. Die ersten 3 Glieder liefern bei $n > 20$ vier richtige Stellen mit erheblich geringerem Aufwand an Rechnung, als die genaue Bestimmung nach der Formel von Riordan erfordern würde.

R.Sprague

Classification:
05B15 Orthogonal arrays, etc.
05A18 Partitions of sets