Zbl 047.04602
Erdős, Pál; Mirsky, L.
The distribution of values of the divisor function $d(n)$. (In English)
Proc. Lond. Math. Soc., III. Ser. 2, 257-271 (1952). [0024-6115]

Sei $d(n)$ die Anzahl der Teiler der natürlichen Zahl n, $D(x)$ die Anzahl der verschiedenen $d(n)$ für $1 \leq n \leq x$. Die Verff. zeigen

$$\log D(x) \sim \frac{2\pi\sqrt{2}(\log x)^{1/2}}{\sqrt{3}\log\log x}. \tag{1}$$

Sei $B(x)$ die Anzahl derjenigen Zahlen $\leq x$, die von der Form

$$p_1^{q_1-1} p_2^{q_2-1} \cdots p_k^{q_k-1}$$

sind, wo p und q Primzahlen bedeuten. Die Verff. zeigen

$$D(x) - B(x) > c_1 \log\log\log x, \tag{2}$$

$$\frac{D(x)}{B(x)} = 1 + O\left(\frac{(\log\log x)^2}{(\log x)^{1/3}}\right). \tag{3}$$

Sei $F(x)$ die größte Zahl k, für die es ein n gibt mit: $n + k \leq x$ und alle $d(n+1), ..., d(n+k)$ voneinander verschieden. Es wird gezeigt

$$F(x) > c_2 \frac{(\log x)^{1/2}}{\log\log x}$$

und vermutet: $F(x)$ ist von der Ordnung $(\log x)^{c_4}$. Sei $\lambda(x)$ die kleinste ganze Zahl, die nicht $= d(n)$ für ein n mit $1 \leq n \leq x$. Es gilt: Für $x \geq 6$ ist $\lambda(x)$ die kleinste Primzahl q mit $2^{q-1} > x$. Die Verff. vermuten: Es gibt unendlich viele n mit $d(n) = d(n+1)$.
Bem. d. Ref.: Mit einer Methode von *A.Renyi* (Zbl 038.18601) folgt: Es gibt ein k und unendlich viele n mit $d(n) = 2$, $d(n+1) = k$. Wenn es unendlich viele Primzahlzwillinge $n, n+2$ gibt, so ist für sie $d(n) = d(n+2) = 2$.

K.Prachar

Classification:
11N64 Characterization of arithmetic functions