Zbl 037.31105
Erdős, Pál
Some asymptotic formulas for multiplicative functions. (In English)
Bull. Am. Math. Soc. 53, 536-544 (1947).

Es seien $f_k(n)$ ($k = 1, 2, ..., v;\ v \geq 1;\ n = 1, 2, ...$) nichtnegative multiplikative zahlentheoretische Funktionen, d. h. es sei $f_k(ab) = f_k(a) \cdot f_k(b)$ für $(a, b) = 1$, und wir nehmen an, daß die Reihen

$$\sum_{p,r} \frac{1 - f_k(p^r)}{p^r} \text{ und } \sum_{p,r} \frac{(1 - f_k(p^r))^2}{p^r}$$

konvergieren (p durchläuft alle Primzahlen, r alle positiven ganzen Zahlen). Folgende Sätze werden bewiesen:
a) Für $v \geq 2$ existiert der Grenzwert

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{v-1}} \sum_{n_1+n_2+\cdots+n_v=n} f_1(n_1) f_2(n_2) \cdots f_v(n_v) = A. \tag{1}$$

b) für $v \geq 1$ existiert der Grenzwert

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} f_1(k + k_1) f_2(k + k_2) \cdots f_v(k + k_v) = B, \tag{2}$$

wo $k_1, k_2, ..., k_n$ beliebige positive ganze Zahlen bedeuten. Wenn in (2) $v = 1$ und $f_1(p^r) = f_1(p)$ für $r = 2, 3, ...$ ist, so hat man

$$B = \prod_{p=2}^{\infty} \left(1 + \frac{f_1(p) - 1}{p}\right). \tag{3}$$

Auch im allgemeinen Fall kann man die Konstanten A und B angeben. Obige Sätze verallgemeinern frühere Ergebnisse des Verf. [Bull. Am. Math. Soc. 52, 527- 537 (1946; Zbl 061.07901)] und *A. Wintners* [Am. J. Math. 67, 481-485 (1945; Zbl 060.10509)].

A.Rényi

Classification:
11N60 Distribution functions (additive and positive multipl. functions)