Zbl 033.29001
Erdős, Pál
On a theorem of Hsu and Robbins. (In English)
Ann. Math. Statist., Baltimore Md. 20, 286-291 (1949).

P.L.Hsu und *H.Robbins* zeigten (Zbl 030.20101), daß, wenn die X_n identisch verteilte Zufallsveränderliche mit dem Mittelwert Null sind, für

$$\sum_{n=1}^{\infty} P[|(X_1 + \cdots + X_n)/n| > \varepsilon] < \infty$$

bei allen $\varepsilon > 0$ die Endlichkeit der Streuung hinreichend ist. Die Notwendigkeit dieser Bedingung konnten sie aber nur vermuten. Dies gelang dem Verf. zu zeigen.
Gestützt auf Bemerkungen von Chung wird genauer folgender Satz bewiesen: Besitzen die über einen meßbaren Raum mit dem Gesamtmaß Eins meßbaren Funktionen $f_1(x), f_2(x), \ldots$ dieselbe Verteilungsfunktion $G(t) = m(x; f_k(x) \leq t)$, dann sind bei $s_n(x) = \sum_{k=1}^{n} f_k(x)$ für $\sum_{n=1}^{\infty} m(x; |s_n(x)| > n) < \infty$ die Bedingungen $\left|\int_{-\infty}^{\infty} t dG(t)\right| < 1$, $\int_{-\infty}^{\infty} t^2 dG(t) < \infty$ notwendig und hinreichend. Durch ähnliche Methoden soll Verf. auch zeigen können, daß für $\sum_{n=1}^{\infty} m(x; |s_n(x)| > n^{2/c}) < \infty$ bei $c < 2$: $\int_{-\infty}^{\infty} |t|^c dG(t) < \infty$ und bei $2 < c < 4$ außerdem $\int_{-\infty}^{\infty} t dG(t) = 0$ notwendig und hinreichend ist. Ferner, daß es beim Mittelwert Null und endlichem vierten Moment eine Konstante r gibt, bei welcher

$$\sum_{n=1}^{\infty} m[x; |s_n(x)| > n^{1/2} (\log n)^r] < \infty$$

wird.

Szentmártony (Budapest)

Classification:
60D05 Geometric probability