Zbl 033.16502
Erdős, Pál; Koksma, J.F.
On the uniform distribution modulo 1 of lacunary sequences. (In English)
Proc. Akad. Wet. Amsterdam 52, 264-273 (1949); Indag. Math. 11, 264-273 (1949).

Ist $\{u_n\}$ eine Folge reeller Zahlen, ist N' die Anzahl der Zahlen $u_n - [u_n]$ $(n = 1, 2, ..., N)$ in einem Teilintervall $[\alpha, \beta)$ aus $[0, 1)$, dann ist bekanntlich die Diskrepanz $D(N) = \sup |N'/N - (\beta - \alpha)|$ über alle Teilintervalle. Für die Gleichverteilung mod 1 ist bekanntlich $ND(N) = o(N)$ notwendig und hinreichend (vgl. *Koksma*, Diophantische Approximationen; Zbl 012.39602). Es handelt sich nun um die Abschätzung der Diskrepanz lakunärer Folgen $u_n = f(n, \Theta)$ mit $f'_\Theta(n + 1, \Theta) \geq (1 + \delta)f'_\Theta(n, \Theta)$, $f''_\Theta(n + 1, \Theta) \geq (1 + \delta)f''_\Theta(n, \Theta) > 0$ (wo $\delta > 0$). Ein Beispiel dafür ist $u_n = \lambda_n\Theta$ [λ_n monoton wachsende Folge von ganzen Zahlen, $\lambda_{n+1} \geq (1 + \delta)\lambda_n$]. Dann wird gezeigt:

$$ND(N) = o(N^{1/2} \log^{3/2} N(\log \log N)^{1/2}\omega(N))$$

für fast alle Θ. Dabei ist $\omega(n)$ eine beliebige vorgegebene positiv-wachsende Funktion mit $\omega(n) \to \infty$.
Dieser Satz ist ein Spezialfall eines sehr allgemeinen Satzes, welcher formuliert und bewiesen wird. Beim Beweis wird eine Verschärfung von *P.Erdős* and *P.Turán* des Satzes von van der Corput-Koksma benutzt [On a problem in the theory of uniform distribution, Proc. Akad. Wet. Amsterdam 51, 1146-1154 (1948; Zbl 031.25402)].

Hlawka (Wien)

Classification:
11K06 General theory of distribution modulo 1
11K31 Special sequences

©European Mathematical Society & FIZ Karlruhe & Springer-Verlag