Zbl 032.27802

Erdős, Pál; Feller, W.; Pollard, H.

A property of power series with positive coefficients. (In English)

Bull. Am. Math. Soc. 55, 201-204 (1949).

Es sei $p_k \geq 0$ $(k = 0, 1, ...)$, $\sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1$ und $\sum_{k=1}^{\infty} kp_k = m \leq \infty$, ferner sei $P(x) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k x^k$ für keine ganze Zahl $t > 1$ eine Potenzreihe in x^t; dann besitzt die Funktion $1 - P(x)$ keine Nullstelle im Inneren des Einheitskreises, und die Reihe

$$(1 - P(x))^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} u_k x^k$$

hat die Eigenschaft $\lim_{n\to\infty} u_n = 1/m$ (mit $1/m = 0$ für $m = \infty$). Dieser Satz wird (elementar) bewiesen. Für den Fall $m < \infty$ wird ein zweiter Beweis gegeben. Wegen Ausdehnung des Satzes auf den kontinuierlichen Fall wird auf *D.Blackwell* (Zbl 030.20102) verwiesen.

Let $p_k \geq 0$ $(k = 0, 1, ...)$, $\sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1$ and $\sum_{k=1}^{\infty} kp_k = m \leq \infty$, further let $P(x) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k x^k$ for no entire number $t > 1$ a power series in x^t; then the function $1 - P(x)$ has no zero inside the unit circle, and the series

$$(1 - P(x))^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} u_k x^k$$

has the property $\lim_{n\to\infty} u_n = 1/m$ (with $1/m = 0$ for $m = \infty$). This theorem is proved (elementary). In case of $m < \infty$ is given a second proof. Concerning the extension of this theorem to the continuous case see *D. Blackwell* (Zbl 030.20102).

Meyer-König

Classification:
30B10 Power series (one complex variable)