Zbl 031.34803

de Bruijn, N.G.; Erdős, Pál

Sequences of points on a circle. (In English)

Proc. Akad. Wet. Amsterdam 51, 46-49 (1949).

Die Verff. betrachten Folgen $\{a\}$ von Punkten $a_1, a_2, a_3, \ldots$ auf einem Kreis vom Radius $1/2\pi$, also Zahlen mod 1. Die Zahlen $a_1, a_2, a_n, \ldots$ bestimmen auf dem Kreis n Intervalle der Gesamtlänge 1. Es sei $M_n^1(a)$ bzw. $m_n^1(a)$ die größte bzw. kleinste Länge der n Intervalle, allgemeiner sei $M_n^r(a)$ bzw. $m_n^r(a)$ die größte bzw. kleinste Summe von r aufeinander folgenden Intervallen. Es gelten dann, wie die Verff. beweisen, die Abschätzungen

$$\limsup_{n\to\infty} nM_n^r(a) \geq 1/\log(1+1/r),$$

$$\liminf_{n\to\infty} nm_n^r(a) \leq \frac{r}{R+1}/\log(1+1/r),$$

$$\limsup_{n\to\infty} M_n^r(a) m_n^r(a) \geq 1+1/r.$$

The authors investigate sequences $\{a\}$ of points $a_1, a_2, a_3, \ldots$ on the circle of radius $1/2\pi$, that are numbers mod 1. The numbers $a_1, a_2, a_n, \ldots$ determine n Intervalle of whole length 1 on the sphere. Let $M_n^1(a)$ resp. $m_n^1(a)$ be the maximal resp. minimal length of the n intervals, more generally let $M_n^r(a)$ resp. $m_n^r(a)$ be the maximum resp. the minimum of sums of r consecutive intervals. Then the following estimates are valid

$$\limsup_{n\to\infty} nM_n^r(a) \geq 1/\log(1+1/r),$$

$$\liminf_{n\to\infty} nm_n^r(a) \leq \frac{r}{R+1}/\log(1+1/r),$$

$$\limsup_{n\to\infty} M_n^r(a) m_n^r(a) \geq 1+1/r.$$

Heinhold (München)

Classification:
11K06 General theory of distribution modulo 1