Zbl 031.25402

Erdős, Pál; Turán, Pál

On a problem in the theory of uniform distribution. I. (In English)

Proc. Akad. Wet. Amsterdam 51, 1146-1154 (1948).

Die Verff. formulieren folgenden Satz: Liegen alle Nullstellen z_ν des Polynoms $f(z) = a_0 + a_1 z + \cdots + a_n z^n$ außerhalb $|z| < 1$ und ist, für ein festes ϑ mit $0 < \vartheta < 1$ auf $|z| = \vartheta$, $|f(z)| \leq M_\vartheta$, dann gilt, wenn $\frac{M_\vartheta}{\sqrt{|a_0 a_n|}} = e^{n/g(n,\vartheta)}$ gesetzt wird $[n \geq g(n,\vartheta) \geq 2]$, für alle $0 \leq \alpha < \beta \leq 2\pi$

$$(1) \qquad \left| \sum\nolimits_{\alpha \leq \text{arc } z_\nu \leq \beta \mod 2\pi}^{\nu} 1 - \frac{\beta - \alpha}{2\pi} \nu \right| < C \log \frac{4}{\vartheta} \frac{n}{\log g(n,\vartheta)}.$$

Beim Beweis soll folgende "endliche" Form des Gleichverteilungssatzes von H. Weyl verwendet werden. Sind $\varphi_1, ..., \varphi_n$ reell und $|s_k| = \left|\sum_{r=1}^n e^{ki\varphi_r}\right| \leq \psi(k)$ $(k = 1, ..., m)$, $m = m(n) \geq 1$, dann gilt für jedes $0 \leq \alpha < \beta \leq 2\pi$

$$\left| \sum\nolimits_{\alpha \leq \varphi_\nu \leq \beta \mod 2\pi}^{\nu} 1 - \frac{\beta - \alpha}{2\pi} \right| < C \left(\frac{n}{m+1} + \sum_{k=1}^{m} \frac{\psi(k)}{k} \right).$$

In dieser Note werden die beiden Sätze diskutiert und gezeigt, daß sich die Abschätzung in (1) in bezug auf n nicht weiter verbessern läßt. Weiter wird der Beweis des ersten Satzes vorbereitet, in dem gezeigt wird, daß man ihn auf den Fall zurückführen kann, wo alle z_ν auf $|z| = 1$ liegen.

Hlawka (Wien)

Classification:
11K06 General theory of distribution modulo 1