
Zbl 026.38801
Erdős, Pál
Note on the product of consecutive integers. II. (In English)
J. London Math. Soc. 14, 245-249 (1939).

In Fortführung von Teil I (Zbl 021.20704) wird gezeigt:
1. Für jedes ganze $l > 2$ gibt es eine Schranke $k_0 = k_0(l)$ derart, daß für $k \geq k_0$ die Gleichung

$$n(n+1)\cdots(n+k-1) = y^l$$

unlösbar ist. Da diese Gleichung nach Thue-Siegel für festes k nur endlich viele Lösungen besitzt, gibt es also nur endlich viele Fälle, in denen das Produkt von k aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen eine l-te Potenz sein kann.
2. Ist $n \geq 2k$ [was wegen $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ keine Einschränkung bedeutet] und $k \geq 2^l$, so ist die Gleichung $\binom{n}{k} = y^l$ nicht lösbar.
3. für $l = 3$ kann man in 2. auf die Voraussetzung $k \geq 2^l$ verzichten. Dies würde auch für $l \geq 3$ gelten, falls die Gleichungen $x^l \pm 1 = 2y^l$ und $x^l \pm 1 = 2^{l-1}y^l$ gleichzeitig für jedes $l \geq 3$ nicht lösbar sind.

Rohrbach (Prag)

Classification:
11D61 Exponential diophantine equations