
Zbl 024.00403**Erdős, Pál***On extremal properties of the derivatives of polynomials.* (In English)**Ann. of Math., II. Ser. 41, 317-313 (1940).**

Das Polynom n -ten Grades $f(x)$ genüge im Intervall $J : -1 \leq x \leq +1$ der Ungleichung $|f(x)| \leq 1$. Nach A. Markoff [Abh. Akad. Wiss. St. Petersburg 62, 1-24 (1889)] gilt dann in $J : |f'(x)| \leq n^2$, und die Gleichheit wird durch die Tschebyscheffpolynome erreicht. Macht man nun die weitere Voraussetzung, daß $f(x)$ nur reelle Wurzeln besitzen und J frei von Wurzeln sein soll, so kann der Verf. durch elementare Abschätzungen die schärfere Ungleichung $|f'(x)| < \frac{1}{2}en$ beweisen, in der e durch keine kleinere Konstante ersetzbar ist. Legt man hingegen dem reellem Polynom $f(x)$, für das in $J : |f(x)| < 1$ gilt, die Zusatzbedingung auf, daß $f(x)$ keine Wurzeln im Innern des Einheitskreises haben soll, so läßt sich die Markoffsche Ungleichung folgendermaßen verbessern: Es ist für $-1 + c < x < 1 - c$, $c > 0$: $|f'(x)| < \frac{4}{c^2}\sqrt{n}$ bei genügend großen Werten von n : \sqrt{n} kann dabei durch keine langsamer wachsende Funktion von n ersetzt werden.

Harald Geppert (Berlin)

Classification:

26D05 Inequalities for trigonometric functions and polynomials

26C05 Polynomials: analytic properties (real variables)