**Zbl 022.35403**
**Erdős, Paul**
*On the smoothness properties of a family of Bernoulli convolutions.* (In English)
**Amer. J. Math. 62, 180-186 (1940).**

Se $\beta(x)$ è una funzione che vale 0 per $x \leq -1$, $\frac{1}{2}$ per $-1 < x \leq 1$, 1 per $x > 1$, si ha, per la sua trasformata di Fourier- Stieltjes,

$$L(u, \beta(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iux} d\beta = \cos u$$

e quindi $L(u, \beta(bx)) = \cos \frac{u}{b}$. L'autore considera l'infinita convoluzione

$$\sigma_a(x) = \beta(\alpha, x) * \beta(a^2 x) * ...,$$

la quale converge per $a > 1$ ed ha per trasformata di Fourier-Stieltjes

$$L(u, \sigma_a) = \prod_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{u}{a^n}\right),$$

e dimostra il teorema: "Per ogni intero positivo $m$, esiste un $\delta = \delta(m)$ tale che l'insieme dei punti dell'intervallo $1 < a < 1 + \delta(m)$ per cui non vale la relazione

$$L(u, \sigma_a) = \varrho(|u|^{-m}), \qquad u \to \infty$$

è di misura nulla". Tale teorema basta per provare che, per lo stesso $m$, si può determinare $\eta(m) > 0$ tale che l'insieme dei punti dell'intervallo $1 < a < 1 + \eta(m)$ per cui $\sigma_a(x)$ non possiede derivata continua di ordine $m - 1$ è di misura nulla.

*L.Amerio*

Classification:
45E10 Integral equations of the convolution type