Zbl 020.01207
Erdős, Paul; Lengyel, Béla A.
On fundamental functions of Lagrangean interpolation. (In English)
Bull. Am. Math. Soc. 44, 828-834 (1938).

Soient, $[\alpha, \beta]$ = intervalle fini et fermé, $M \geq p(x) \geq m > 0$ continue dans $[\alpha, \beta]$, $a \subset (\alpha, \beta)$ et

$$I(f) = \int_{\alpha}^{\beta} p(x) f^2(x) dx.$$

Soit φ_n le polynôme de degré n minimisant $I(f)$ sous la condition $I(\varphi_n) = 1$, x_k, $k = 1, 2, ..., n$ les zéros de φ_n et $l_k(x) = \varphi_n(x)/(x - x_k)\varphi'{}_n(x_k)$. On a alors

$$\lim_{n \to \infty} \max_{[\alpha+\varepsilon, \beta-\varepsilon]} l_k(x) = 1$$

et uniformément en x_k choisis pour chaque n de manière que $x_k \subset [\alpha+\varepsilon, \beta-\varepsilon]$ $(\varepsilon > 0)$. En passant, une élégante démonstration [pour $p(x) \geq 0$ intégrable] du fait que le maximum de deux zéros x_k consécutifs tend vers zéros avec $1/n$ et la remarque que le polynôme de degré $n - 1$ minimisant $I(f)$, sous la conditions $A = f(x_k)$, $B = f(x_r)$ est $Al_k(x) + Bl_r(x)$.

T.Popoviciu (Cernăuţi)

Classification:
41A05 Interpolation