Zbl 019.10404
Erdős, Paul
On the asymptotic density of the sum of two sequences one of which forms a basis for the integers. II. (In English)
Trav. Inst. Math. Tbilissi 3, 217-223 (1938).

Die asymptotische Dichte δ_a einer Folge (a) ganzer Zahlen: $a_1 < a_2 < \cdots$ sei durch $\delta_a = \liminf_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{a_m\le n} 1$ definiert. Durch elementare metrische Betrachtungen zeigt der Verf.:
I. Ist δ_a die asymptotische Dichte einer Folge (a) natürlicher Zahlen: $A_0 = 0$, $A_1 < A_2 < \cdots$ eine Folge (A) ganzer Zahlen; gehört zu jedem $\varepsilon > 0$ ein solches M, daß jedes ganze $m \ge M$ als Summe von höchstens l Summanden $\pm A_i$ darstellbar ist, wobei der absolute Betrag jedes negativen $-A_j$ kleiner als εm ist. Ist schließlich ${\delta'}_a$ die asymptotische Dichte der Folge $(a + A)$, d.h. der Folge aller Zahlen $a_i + A_j$, so ist

$${\delta'}_a \ge \delta_a + \frac{\delta_a(1-\delta_a)}{2l}.$$

II. Es sei $a_0 = 0$, $a_1 = 1 < a_2 < \cdots$ eine ganzzahlige Folge (a) der asymptotischen Dichte $\delta_a \le \frac{1}{2}$, so ist die asymptotische Dichte der Folge $(a + a)$ mindestens gleich $\frac{3}{2}\delta_a$.
II ist unverbesserbar, wie das Beispiel $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_2 = 4$, $a_3 = 5$, $a_4 = 8$, $a_5 = 9$, ... zeigt.
I wendet der Verf. auf eine Frage der additiven Primzahltheorie an.
Teil I siehe Zbl 013.15001.

A. Walfisz (Tiflis)

Classification:
11B13 Additive bases
11B05 Topology etc. of sets of numbers

©European Mathematical Society & FIZ Karlruhe & Springer-Verlag